

広島大学理学部物理科学科 KEK 連携授業

「高エネルギー物理学特論」

加速器物理学 (1)

2006年10月31日

高エネルギー加速器研究機構加速器研究施設

鎌田進

この講義の狙い

- 加速器の基礎を（学部3年生が）既に学習した（はずの）物理学に基づいて説明する。特に、来週講義予定のKEKBファクトリを理解する助けになるはず。

- 電子（陽電子）貯蔵型加速器のビーム物理学を扱う。

次のような加速器がこのタイプに属す。

KEKB, PEP-II, LEP, TRISTAN : 電子・陽電子貯蔵型衝突加速器

SPring-8, HiSOR, PF : リング型放射光源

ATF : 電子ダンピングリング, ILC用陽電子源

講義の理解に必要な物理学の知識

=> 加速器を通じて理解が深まる物理学分野

- 電磁気学 Maxwellの方程式
- (特殊) 相対論的運動学
- 解析力学 正準変換
- 量子力学 光の粒子性
- 統計力学 中心極限定理

さまざまな加速器

- 静電加速器

- コックロフトワルトン型
- バンデグラフ型
- タンデム型

- 時間変化電場に拠る加速器

- 線形加速器

いろんな種類あり

- 衝突型加速器

- 円形加速器

サイクロトロン、ベータトロン、
FFAG、いろんな種類あり

- シンクロトロン

いろんな種類あり

- 貯蔵型加速器

- 放射光源

- 衝突型加速器

- damping ring

加速器を特徴づけるポイント

- 静電場加速、時間変化電場による加速
- 直線形、円形（加速装置複数回使用）
- 加速中のビーム軌道保持方式
- ビーム収束方式
 - 横方向
 - 進行方向

加速 = 運動エネルギー増加

- 荷電粒子に働く力（電磁場のローレンツ力）

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

- 加速（エネルギー増加）に寄与するのは電場

$$\frac{dE}{dt} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} = e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}$$

- 静電場（スカラーポテンシャル）か？

時間変化電場（ベクターポテンシャル）か？

$$\mathbf{E} = -grad\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

静電場加速とその限界

- 静電加速器

コックロフトワルトン

バンデグラーフ

タンデム型

- 放電による絶縁破壊で加速エネルギーに限界

時間変化電場による加速

- ビームを集群させて、時間変化電場で加速される旨い位相に乗せる必要がある。バンチと呼ぶ時間構造がビームに生じる。
- ベータトロン以外では高周波電場が使われる。
- レーザー加速

高周波加速器の形状

- 直線加速器 Linear Accelerator (LINAC)

加速ビームエネルギーに比例した加速装置（高周波加速空洞）が必要。ビーム軌道は直線。

- 円形加速器 Circular Accelerator

同じ加速装置（高周波加速空洞）を何度も使い、経済的に効率良く加速できる。加速中のビーム軌道保持が重要。

(平衡) 軌道の保持の方法

- 加速中の粒子軌道保持への対応

- 軌道変化 (一定磁場)

- サイクロトロン

- FFAG

- 一定軌道 (磁場変化)

- ベータトロン

- シンクロトロン,..... 現在の大型円形加速器の主流

加速器には目的がある

- 素粒子・原子核研究

新しい素粒子の発見 → 衝突エネルギーが重要

素粒子反応の精密測定や希少反応の探索 → 素粒子反応生成率（＝散乱断面積×ルミノシティー）が重要

- 放射光科学

様々な物性・生物学研究の道具（目的毎に、光子スペクトル、強度、空間広がり、時間構造などに様々な注文あり）

アカデミーを越えて医療・産業領域への展開

- ビームの性質改善

リニアークライダーの性能（ルミノシティー）向上

新粒子生成に使えるエネルギー

AVAILABLE ENERGY

- 各種保存則の許す範囲で素粒子反応は起きる。特に、エネルギーと運動量の保存則は基本原理。

静止粒子との衝突では、衝突前後の運動量保存を満たすため、衝突後も運動エネルギーが一定量必要となり、加速粒子の全エネルギーを新粒子生成に充てることができない。

この問題を克服するため、固定標的型加速器から衝突型加速器への転換が生じた。

同質量 m_0 粒子の衝突

- エネルギー、運動量、静止質量の関係

$$E_i = \sqrt{m_0^2 c^4 + \mathbf{p}_i^2 c^2}$$

- 静止標的衝突でのエネルギーと運動量の保存

$$(E_1/c, \mathbf{p}_1) + (E_2/c, 0) = \sum_i (E_i/c, \mathbf{p}_i) = (E/c, \mathbf{p}_1)$$

$$W = 2m_0^2 c^4 (1 + \gamma)$$

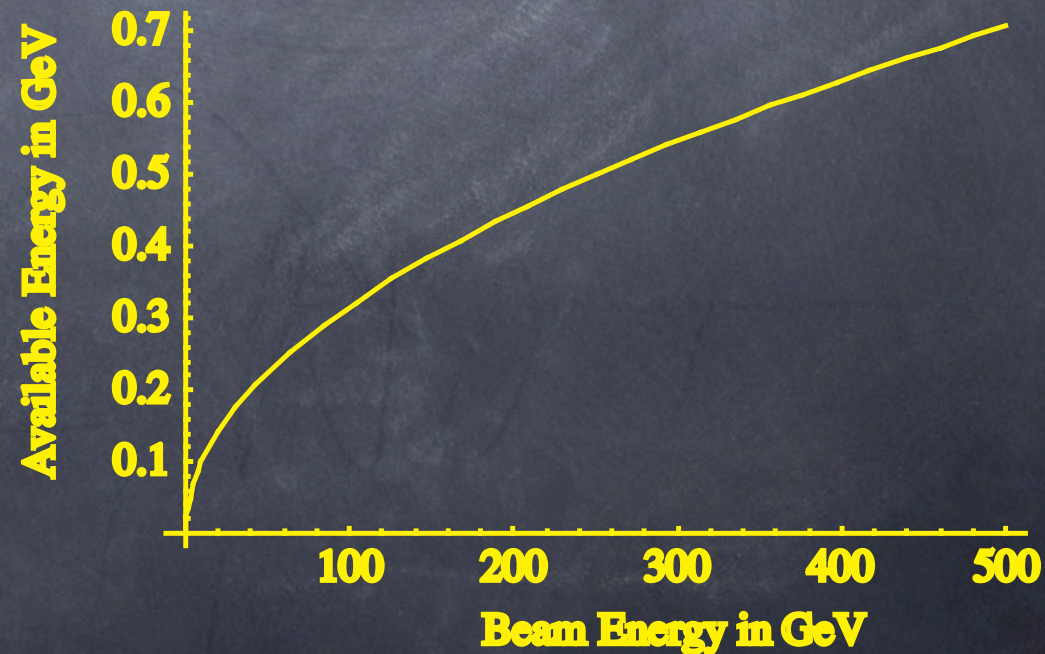
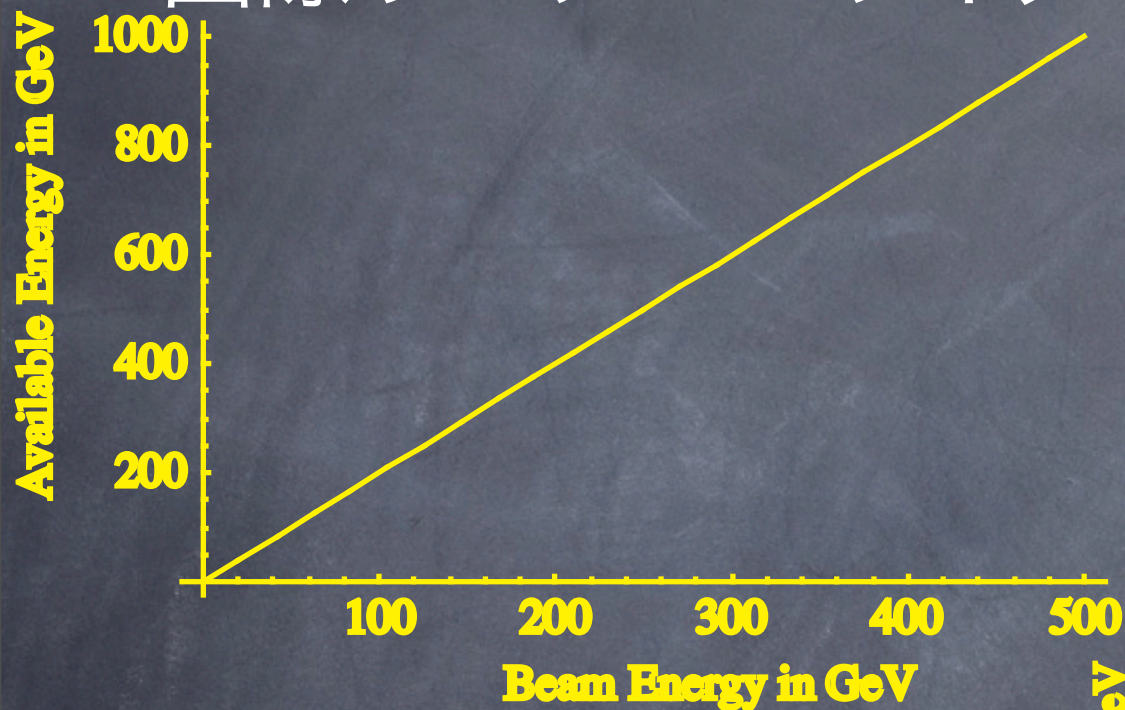
- ビームビーム正面衝突でのエネルギーと運動量の保存

$$(E_1/c, \mathbf{p}_1) + (E_1/c, -\mathbf{p}_1) = \sum_i (E_i/c, \mathbf{p}_i) = (E/c, 0)$$

$$W = 4m_0^2 c^2 \gamma^2$$

ビーム衝突型 vs 固定標的型

国際リニアコライダー(ILC 500GeV)領域



ビーム衝突型加速器実現の鍵は、
充分な量の素粒子反応

→ **高ルミノシティー**

技術的難度が非常に高い

- 強いビーム

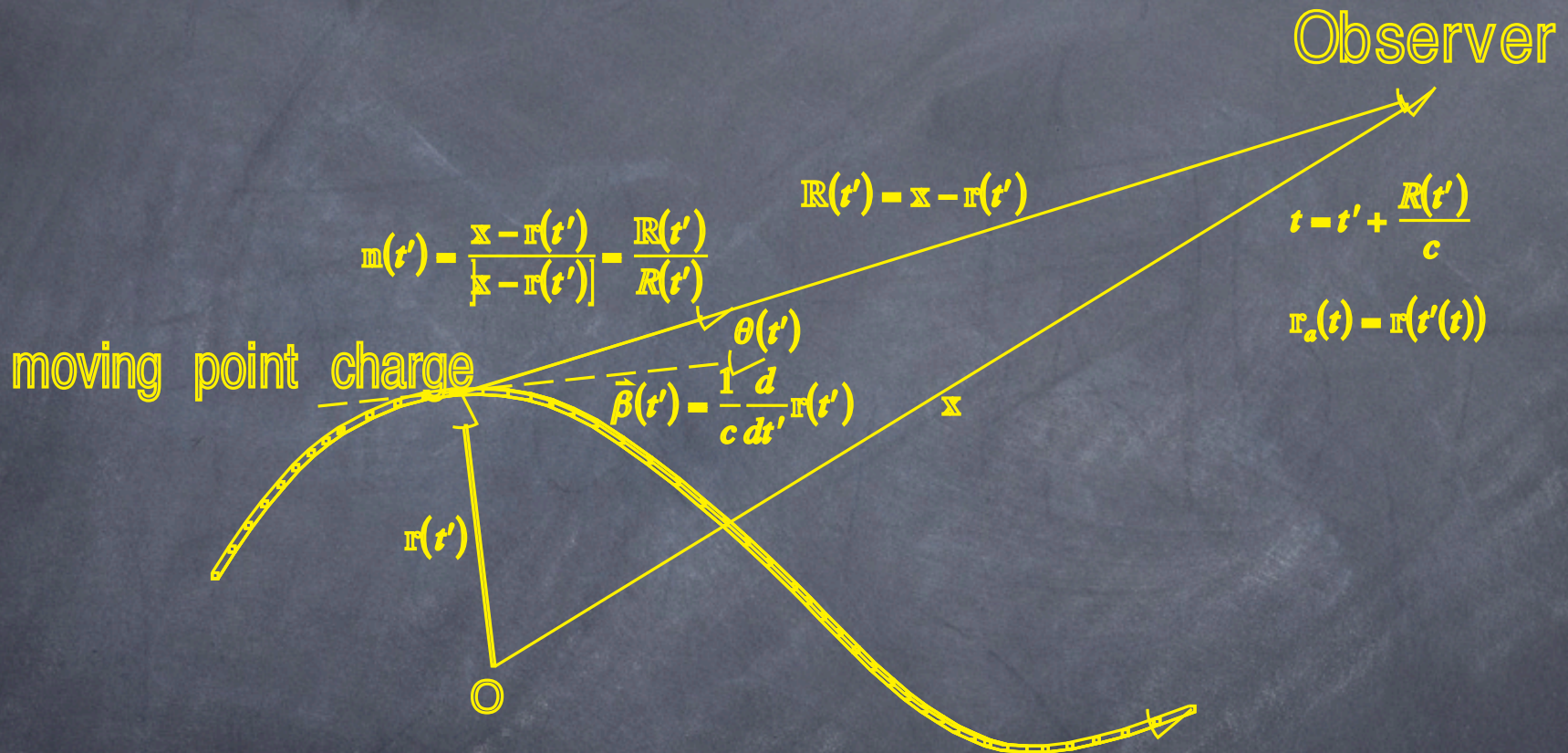
- 細いビーム

- 多数回の衝突

→ KEKBの話、ILCにも通じる

放射光の生成

- Maxwell方程式から、運動する荷電粒子は光る。



- 放射場のFeynmann表現 (観測者時間で見た運動)

$$E(\mathbf{x}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\mathbf{n}}{R^2} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{n}}{R^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{n}}{dt^2} \right\}$$

放射場のFeynmann表現を睨むと

粒子の運動を考えれば、放射光の性質が判る

- 光のドップラー効果（運動体時間 vs 観測者時間）
- 偏向磁場
パルス光
特性周波数 ω_c を中心に幅広いスペクトル（白色光）
- アンジュレータ
電子の周期運動を反映した連続パルス光
準単色光とその高調波光
→ FELに発展する道

放射光の発生はビームに影響する

- 放射エネルギーはビームエネルギーの4乗で増大する。

$$U = \frac{e^2}{3\varepsilon_0} \frac{\gamma^4}{\rho_0}$$

- ビームエネルギーと共に急速に上昇する必要高周波加速電圧(U に比例)。銅製空洞の電力消費量はさらに膨大 (U^2 に比例)。ここで超伝導空洞が重要な役割。しかし結局は、円形加速器の到達エネルギーに壁を作る。
- 直線運動では放射光は出ない。国際リニアコライダーILCで究極の高エネルギーを目指す所以である。

放射光は量子化されている

- 周回毎の放出光子数

$$N_{rev} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3} \alpha \gamma$$

- 光子の平均エネルギー

$$\langle u \rangle = \frac{8}{15\sqrt{3}} \hbar \omega_c$$

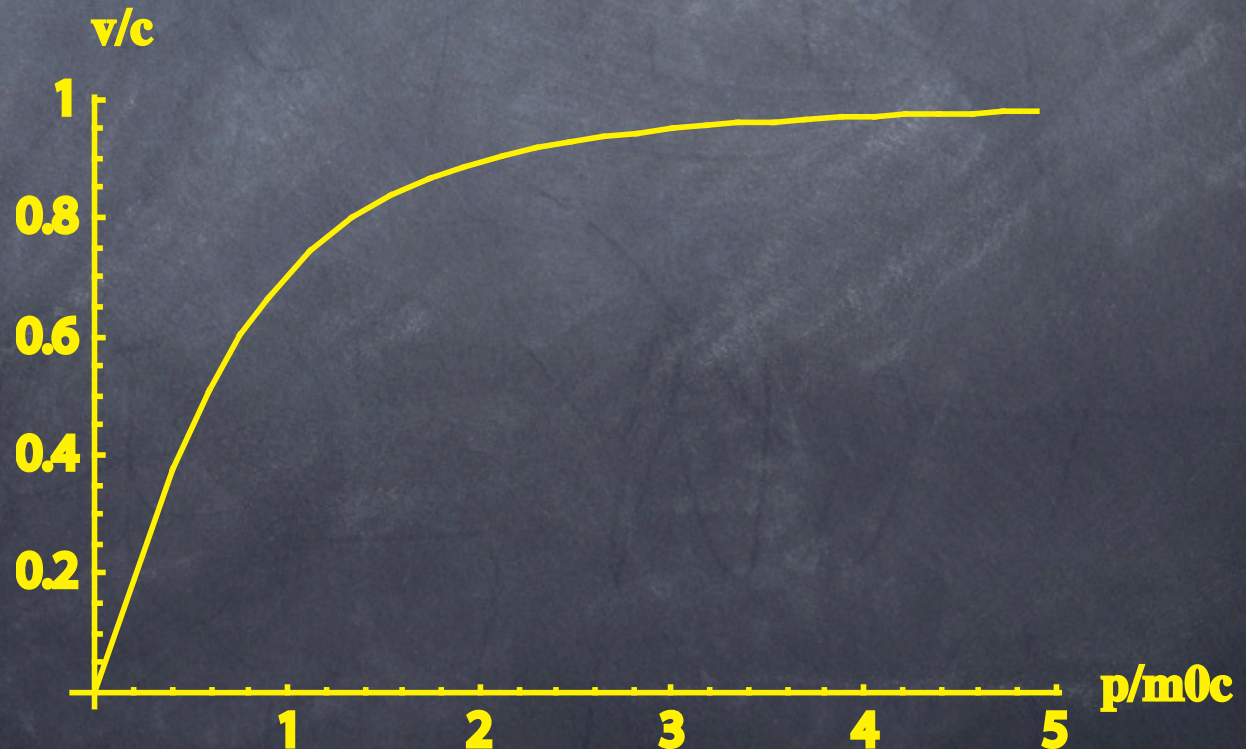
- 光子エネルギーの分散

$$\langle u^2 \rangle = \frac{11}{27} (\hbar \omega_c)^2$$

周回時間

● サイクロトロン等時性

周回時間は軌道長を通過速度で割った量。軌道長は運動量に比例する一方、速度は光速で頭打ち。粒子速度が運動量に比例する範囲ではサイクロトロン等時性が成り立つが、相対論効果のためエネルギーが高くなると破れる。



スリッページファクター η

- モメンタムコンパクション α

周回軌道長とビーム運動量との比例係数

$$L = L_0 \left(1 + \alpha \frac{\Delta p}{p_0} \right)$$

- スリッページファクター η

周回時間とビーム運動量との比例係数

$$T = T_0 \left(1 + \eta \frac{\Delta p}{p_0} \right)$$

エネルギーと位相の振動（シンクロトロン振動）に関して重要。

トランジッションエネルギー

- 周回時間は周長÷速度ゆえ

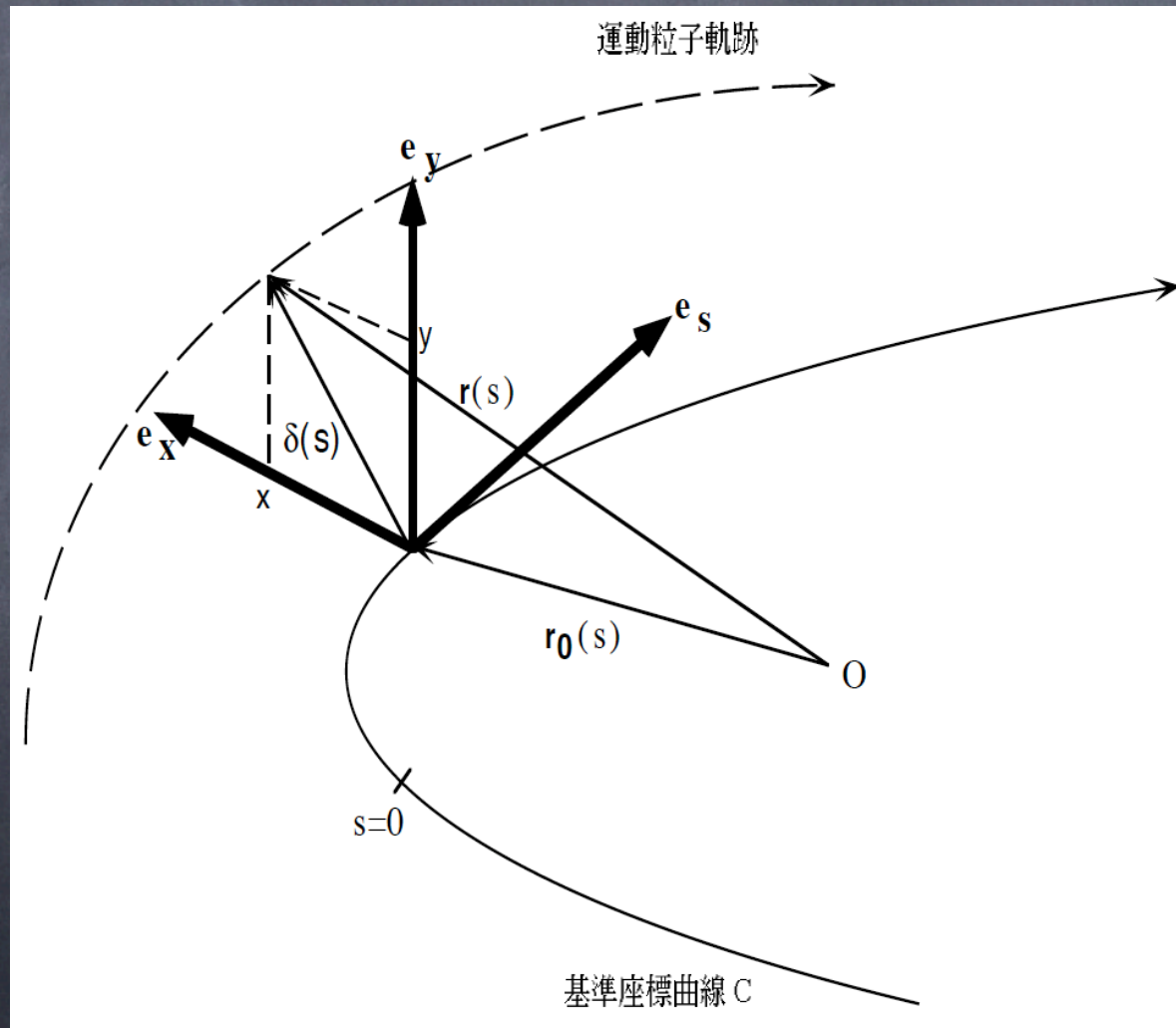
$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{dL}{L} - \frac{dv}{v} = \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p}$$

$$\eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma_{tr}^2} - \frac{1}{\gamma^2}$$

- 加速中トランジッションエネルギー $\gamma_{tr} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ を越えるとき、 η が符号を反転する。安定加速のためには、ここで加速電圧勾配を反転する必要がある。（位相安定の原理）
- 電子加速器では元々の γ が大きいので、加速中に符号反転しない。陽子など重粒子加速器に特有の現象。エミッタンス増大やビーム損失など弊害を伴うので対策が必要、出来れば避けたい。(J-PARC)

加速器中のビーム粒子位置記述

- 基準座標曲線を決めて、 (x, y, s) で位置を記述する。



軌道上のビーム収束（横方向）

- 直線軌道上の磁場で、水平・垂直両方向を、**同時には**収束出来ない。

$$\begin{aligned} B_x &= \left. \frac{\partial B_x}{\partial y} \right|_{x=y=0} y = b_1 y \\ B_y &= \left. \frac{\partial B_y}{\partial x} \right|_{x=y=0} x = b_1 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x'' &= -\frac{qb_1}{mv} x \\ y'' &= \frac{qb_1}{mv} y \end{aligned}$$

- 偏向磁石中の曲線軌道では、ある程度、両方向の同時収束が可能。
しかし、この収束力は大きい加速器になるほど弱い。

$$\begin{aligned} x'' &= -\frac{x}{\rho_0^2} \\ y'' &= 0 \end{aligned}$$

- 水平・垂直交互に、強い収束と発散を繰り返すことで、全体として強く収束できる事（強収束の原理）が発見される。

（Courant,Livingston,Snyder, + α ）

ビーム収束方式とシンクロトロン加速器

- 弱収束

COSMOTRON, BEVATRON, ZGS

- 強収束 Alternating Gradient Focusing

AGS, CPS,..... → (磁石小型化可能で) 現在の主流に

- 機能一体型磁石

AGS, CPS,.....,KEK-Booster, ATF(周長が節約できる)

- 機能分離型磁石 (東北大 北垣の発明)

Fermilab-MR,KEK-PS,..... →(制御が容易)現在の主流

ビーム光学系

- 偏向磁石、4 極磁石、6 極磁石

- ベータatron振動とベータ関数

$$z(s) = \sqrt{W} \sqrt{\beta(s)} \cos \{ \phi(s) - \theta \}$$

- 運動量分散関数

- ビームエミッタンス(emittance)

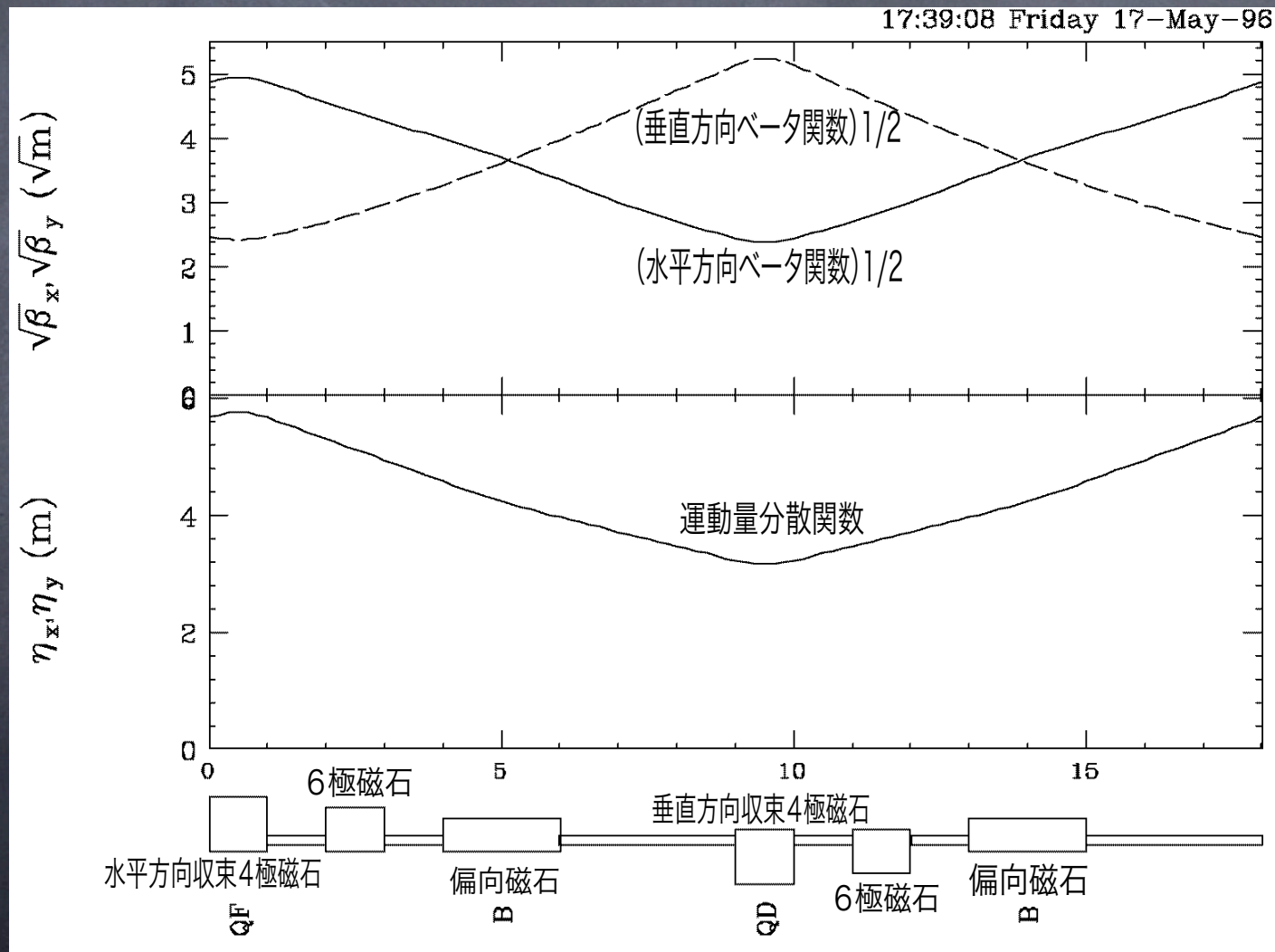
ビームを構成する運動粒子の、個々の運動状態を表す点が、位相空間に分布する面積。

- 色収差と色収差補正(Chromaticity Correction)

加速器光学系の設計例(SAD home page より)

http://acc-physics.kek.jp/SAD/example/design_example.HTML

CELLと呼ぶ周期構造の設計



光学要素毎の変換

転送行列と位相空間点の流れ

自由空間、

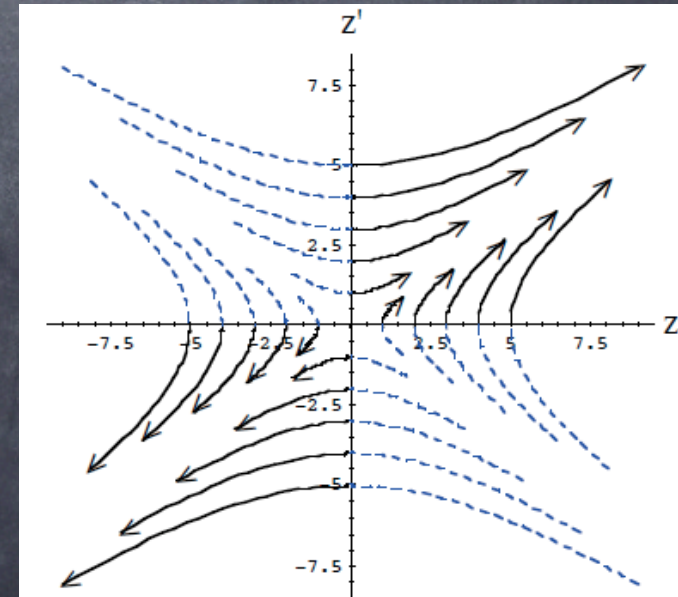
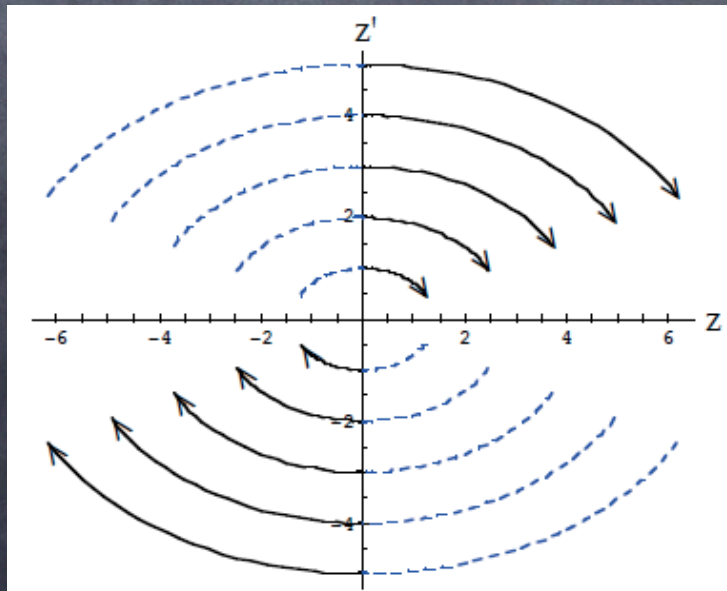
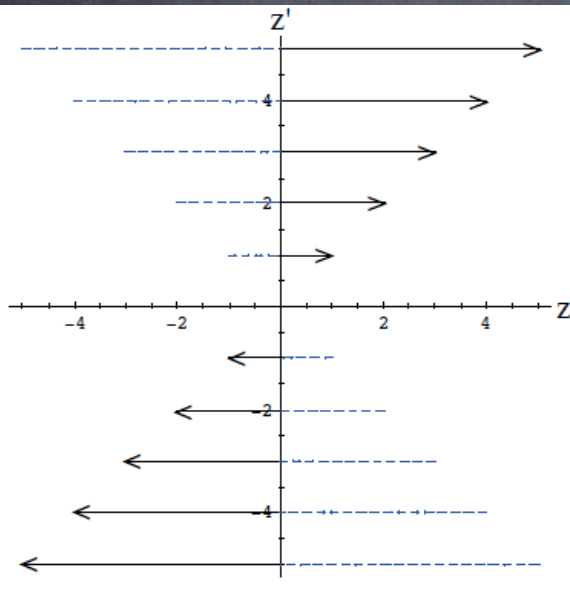
$$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

収束磁石、

$$\begin{pmatrix} \cos(\sqrt{-K}l) & \frac{1}{\sqrt{-K}}\sin(\sqrt{-K}l) \\ -\sqrt{-K}\sin(\sqrt{-K}l) & \cos(\sqrt{-K}l) \end{pmatrix}$$

発散磁石、

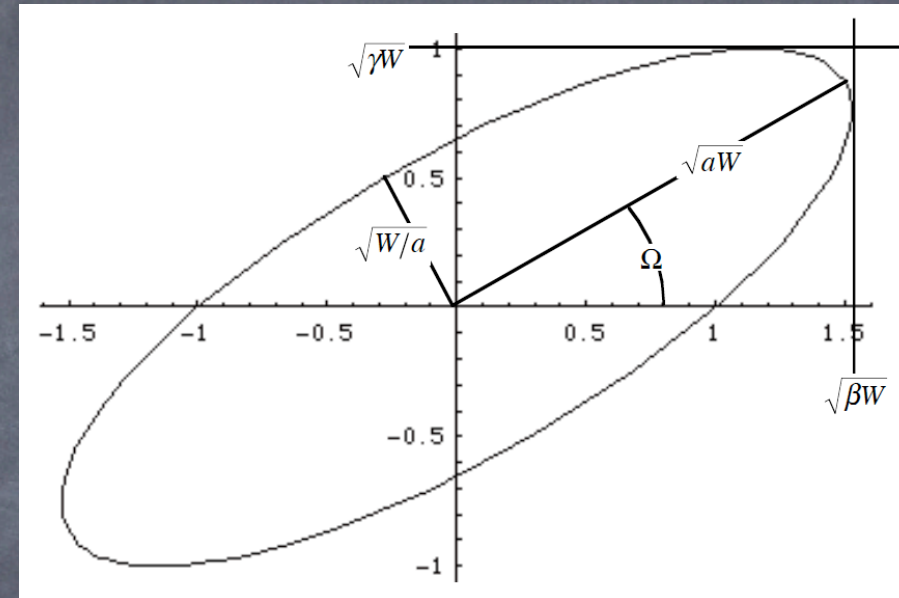
$$\begin{pmatrix} \cosh(\sqrt{K}l) & \frac{1}{\sqrt{K}}\sinh(\sqrt{K}l) \\ \sqrt{K}\sinh(\sqrt{K}l) & \cosh(\sqrt{K}l) \end{pmatrix}$$



CELL全体での変換

周期的境界条件の導入

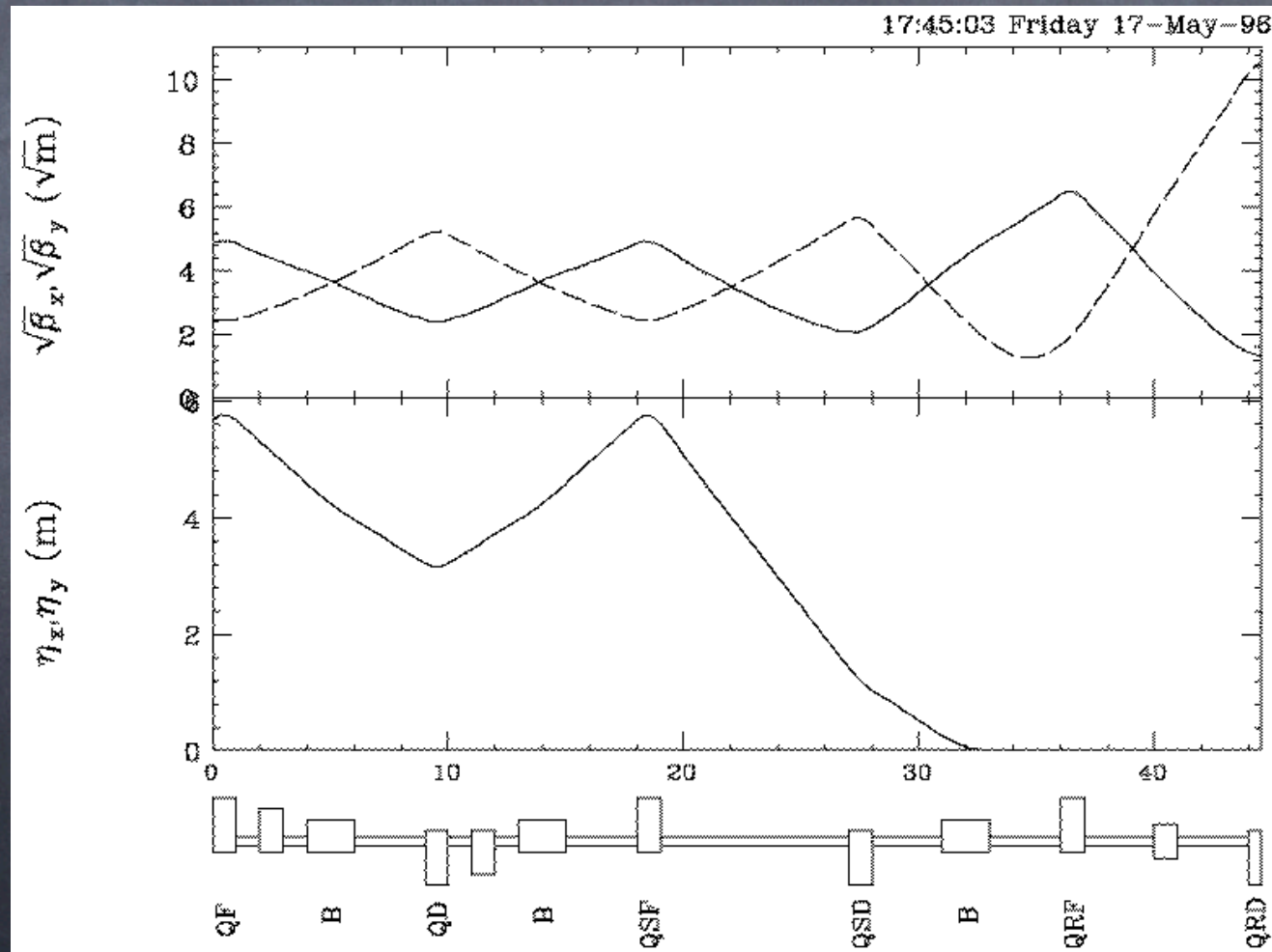
- CELL全体で収束条件を満たすとき、位相空間点は一般の楕円に沿って流れる。
- 特定の楕円上で運動を始めた粒子はいつまでもこの楕円上を巡り続ける。このとき転送行列要素とベータ関数などが関係付く。



$$\begin{pmatrix} \cos 2\pi\nu + \alpha(s_0) \sin 2\pi\nu & \beta(s_0) \sin 2\pi\nu \\ -\gamma(s_0) \sin 2\pi\nu & \cos 2\pi\nu - \alpha(s_0) \sin 2\pi\nu \end{pmatrix}$$

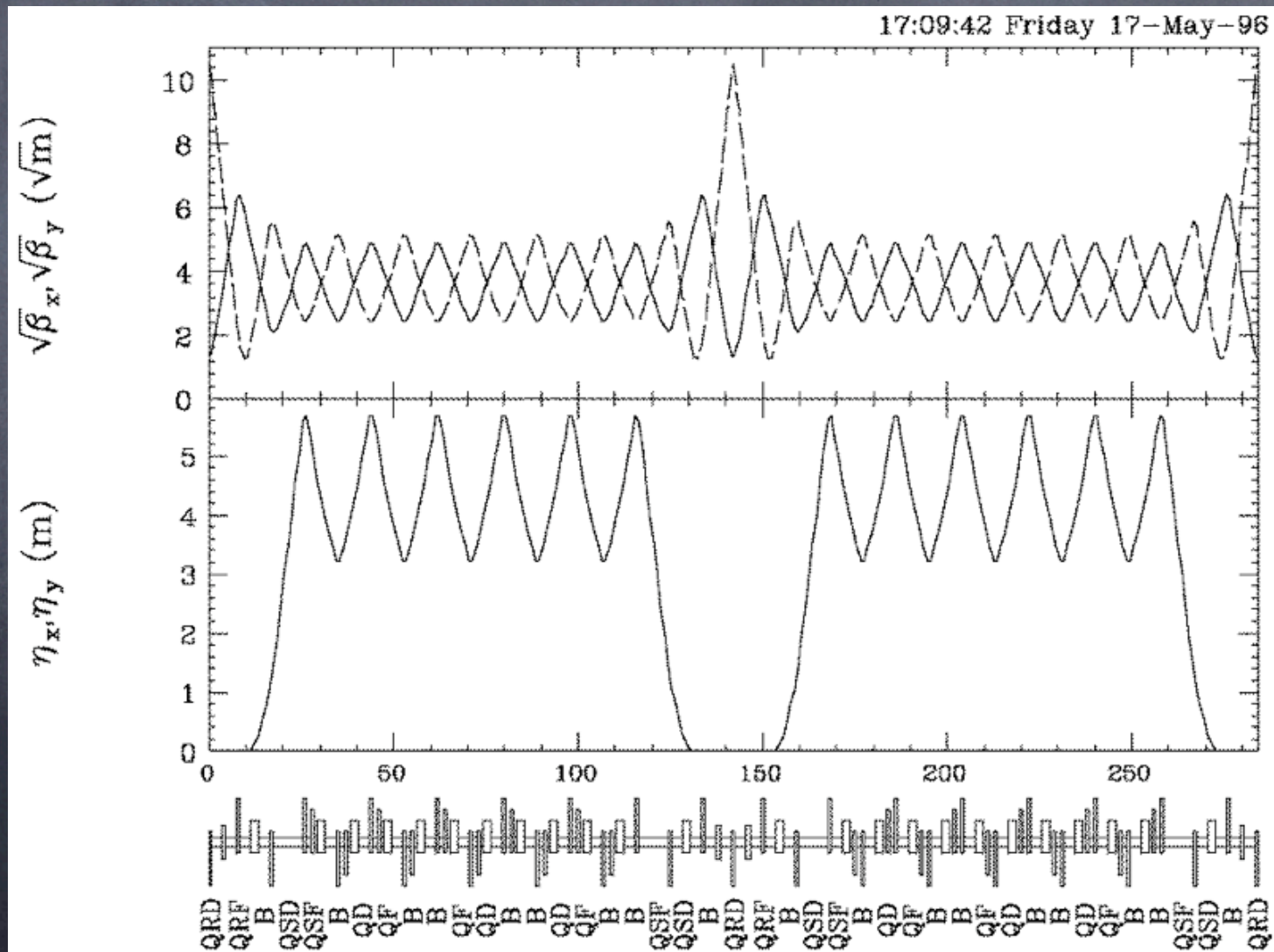
加速器光学系の設計例(SAD home page より)

- 運動量分散を消去する



加速器光学系の設計例(SAD home page より)

- リング全周の光学系ができる



加速器光学系の設計の続き

- 運動量分散の有る場所の6極磁石を使って、色収差補正。
- 6極磁石のもたらす非線形変換が粒子運動に悪影響を引き起こすか評価。（ダイナミックアパーチャサーベイ）

放射光生成がもたらすビーム特性

- 古典的な放射では、エミッタンスは無限に小さくなる。（放射減衰）
- 量子化された放射（光子放出）のため、ビーム運動には確率的揺らぎが生じる。（量子励起）
- これら2者の平衡条件から、ビームエミッタンスが決まる。（履歴に拠らないビーム特性）

電子エネルギー偏差の分布

- 個々の電子のエネルギー偏差は、過去の放射光発生と引き続く放射減衰の結果として記述される。

$$\Delta E(t) = \sum_{i(t_i < t)} u_i e^{-(t-t_i)\alpha_E} \cos \Omega(t - t_i)$$

- 中心極限定理が適用できる物理的条件のとき、エネルギー偏差は次のガウス分布をする。

$$w(\Delta E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E} \exp\left(-\frac{\Delta E^2}{2\sigma_E^2}\right)$$

$$\sigma_E^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta E)^2 w(\Delta E) d(\Delta E) = \langle \Delta E^2 \rangle = \frac{N_{rev} \langle u^2 \rangle}{4\alpha_E T_0}$$

平衡エミッタンス

- エネルギー u の光子を放出すると、電子のベータトロロン振動は平均して次の量増加する。

$$\delta W(u) = \left(\frac{u}{E}\right)^2 (\beta\eta'^2 + 2\alpha\eta\eta' + \gamma\eta^2) \equiv \left(\frac{u}{E}\right)^2 \mathcal{H}(s)$$

- 放射減衰との平衡条件から水平方向のエミッタンスは次のようになる。

$$\varepsilon_x = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{m_0 c} \frac{\gamma^2}{J_x \rho} \langle \mathcal{H}(s) \rangle_{mag.}$$

- 垂直方向では運動量分散関数が常にゼロであり得て、このときエミッタンスは放射光発散角に起因するわずかな量。実際にはベータトロロン振動のノーマルモードへの運動量分散関数の混ざり具合で決まる。

低エミッタンスを実現する光学系

- 要は、偏向磁石の中で運動量分散関数を極小化させることにある。DBA, TBA, QBA,

J_x を大きくする手もある。ATF

曲率半径の大きな偏向磁石で比較的低いビームエネルギーにすることも、TRISTAN-MR

運動量分散関数が殆どゼロな所のWiggler磁石で、励起を極小化しつつ放射減衰を増加させる、TRISTAN-MR、KEKB

- リング加速器の限界、イントラビーム散乱。
直線加速器へのトレンドがここにも、 ERL

参考資料

- 鎌田進 「ビーム物理学入門」 (未完成テキスト)

<http://acc-physics.kek.jp/Kamada/kamada.html>

今日の話の全ての数式展開が (馬鹿) 丁寧に日本語で書いてある。

- M. Sands "The Physics of Electron Storage Rings, An Introduction" SLAC-R-121. (1970).

<http://www.slac.stanford.edu/pubs/slacreports/slac-r-121.html>

素人 (高エネルギー実験家) 向けに分かり易く書かれた円形衝突型加速器の入門書。まじめに取り組むと手強いものにぶつかる。あらかたのことに触れているので、玄人 (加速器専門家) も安易に引用する傾向にある。

- Andrew M. Sessler "75 Years of Particle Accelerators" (講演記録)

20世紀の加速器発展の歴史と共に歩んだ著者が、その当時の雰囲気と共に語る最近の講演のスライド。貴重な骨董的加速器の写真も多い。著者は現在広島大学に滞在中。

さらに勉強するには、

- 高エネルギー加速器セミナーOHOシリーズ

<http://acc-physics.kek.jp/OHO/index.html>

最新の加速器動向に沿って日本語で加速器を勉強できる。販売されているテキストのPDFをダウンロードできることもある。

- Joint Accelerator Conferences Website

<http://www.jacow.org/>

加速器に関連する国際会議のプロシーディングスを（只で）入手できる。

- ビーム物理研究会ホームページ

<http://beam-physics.kek.jp/BPC/>

国内のビーム物理教育研究拠点の紹介が有る。小方厚先生（元広島大学教授）が管理されている。