

☑ “emiout;emit;”出力の解釈

資料置き場からダウンロードした入力ストリーム”FODOcell.sad”を走らせ、途中の”end;”コマンドで停止する度に、端末から”in 77”を入力し先に進む。FODOセルのオブティクスが描画出力された停止点（“end;!3a”）で、“emiout;emit;”コマンドを使い各種ビーム情報を出力させる。以下、ピンクの背景は入力を、黄色の背景は注目すべき出力箇所を示す。

```
In[18]:= emiout;emit;
```

Closed orbit:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
Entrance :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
Exit :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000

Symplectic part of the transfer matrix:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	-1.49656	23.64770	.000000	.000000	.000000	5.558817
px/p0 :	-.136999	1.496566	.000000	.000000	.000000	.596804
y :	.000000	.000000	.467389	6.097759	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	-.199820	-.467389	.000000	.000000
z :	.131605	-5.79391	.000000	.000000	1.000000	-.865514
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	3.02E-14
px/p0 :	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000	6.88E-15
y :	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000
z :	6.88E-15	-3.0E-14	.000000	.000000	1.000000	.000000
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

Extended Twiss Parameters:

```
AX: -1.49656 BX: 23.64770 ZX: -8.5E-16 EX: 5.676363
PSIX: 1.12E-16 ZPX: -1.6E-16 EPX: .364204
R1: .000000 R2: .000000 AY: .467389 BY: 6.097759 ZY: .000000 EY: .000000
R3: .000000 R4: .000000 PSIIY: .000000 ZPY: .000000 EPY: .000000
AZ: .000000 BZ: 1.000000
PSIZ: .000000
```

Units: B(X,Y,Z), E(X,Y), R2: m | PSI(X,Y,Z): radian | ZP(X,Y), R3: 1/m

Design momentum	P0	= 1.0000000	GeV	Revolution freq.	f0	= 16655134. Hz
Energy loss per turn	U0	= 9.6498E-4	MV	Effective voltage	Vc	= .0000000 MV
Equilibrium position	dz	= .0000000	mm	Momentum compact.	alpha	= .1238136
Orbit dilation	dI	= .0000000	mm	Effective harmonic #	h	= .0000000
Bucket height	dV/P0	= .0000000				

Eigen values and eigen vectors:

```
Real: -0.0000000-0.0000000i-0.0000000-0.0000000i 1.0000000 1.0000000
Imaginary: 1.0000000-1.0000000i 1.0000000-1.0000000i 0.0000000 0.0000000
Imag. tune: -0.0000000 -0.0000000 0.0000000 0.0000000
Real tune: 0.2500000 0.2500000 0.0000000 0.0000000
```

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
x :	4.862891	-4.4E-16	.000000	.000000	-8.5E-16	5.676363
px/p0 :	.307752	.205639	.000000	.000000	-1.6E-16	.364204
y :	.000000	.000000	2.469364	.000000	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	-.189275	.404963	.000000	.000000
z :	-.024172	1.167282	.000000	.000000	1.000000	.000000
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
X :	.205639	4.44E-16	.000000	.000000	.000000	-1.16728
Px :	-.307752	4.862891	.000000	.000000	.000000	-.024172
Y :	.000000	.000000	.404963	.000000	.000000	.000000
Py :	.000000	.000000	.189275	2.469364	.000000	.000000
Z :	.364204	-5.67636	.000000	.000000	1.000000	.000000
Pz :	1.59E-16	-8.5E-16	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.000000	.000000	.000000	.000000	-1.7E-16	-1.7E-14

```

px/p0 : .000000 1.000000 .000000 .000000 -5.1E-16 3.96E-14
y : .000000 .000000 1.000000 .000000 .000000 .000000
py/p0 : .000000 .000000 .000000 1.000000 .000000 .000000
z : 3.96E-14 1.71E-14 .000000 .000000 1.000000 .000000
dp/p0 : 5.12E-16 -1.7E-16 .000000 .000000 .000000 1.000000

```

Radiation part of the transfer matrix:

```

x px/p0 y py/p0 z dp/p0
x : 1.331E-6 -1.21E-5 .000000 .000000 .000000 -5.70E-6
px/p0 : 1.510E-7 -1.66E-6 .000000 .000000 .000000 -8.92E-7
y : .000000 .000000 -6.39E-8 -2.79E-6 .000000 .000000
py/p0 : .000000 .000000 7.671E-8 6.386E-8 .000000 .000000
z : -2.00E-7 1.550E-6 .000000 .000000 .000000 6.258E-7
dp/p0 : 3.175E-8 -1.40E-6 .000000 .000000 .000000 -2.14E-6

```

```

X Px Y Py Z Pz
X : 8.855E-7 -1.77E-7 .000000 .000000 -6.4E-23 2.353E-6
Px : 2.504E-7 -8.85E-7 .000000 .000000 4.10E-22 -2.26E-6
Y : .000000 .000000 1.498E-7 -4.57E-7 .000000 .000000
Py : .000000 .000000 5.079E-7 -1.50E-7 .000000 .000000
Z : -7.64E-7 1.348E-6 .000000 .000000 -5.6E-22 2.750E-6
Pz : -2.76E-7 -2.87E-7 .000000 .000000 1.95E-22 -2.47E-6

```

Damping per one revolution:

```
X : -2.136644E-07 Y : -4.824895E-07 Z : -1.233803E-06
```

Damping time (sec):

```
X : 0.281009 Y : 0.124441 Z : 4.866381E-02
```

Tune shift due to radiation:

```
X : -1.228667E-14 Y : -1.046573E-14 Z : 2.188149E-07
```

Damping partition number:

```
X : 0.4428 Y : 1.0000 Z : 2.5572
```

Beam matrix by radiation fluctuation:

```

x px/p0 y py/p0 z dp/p0
x 2.295E-12
px/p0 2.924E-13 3.932E-14
y .00000000 .00000000 .00000000
py/p0 .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
z -3.11E-13 -3.78E-14 .00000000 .00000000 4.386E-14
dp/p0 6.849E-13 1.028E-13 .00000000 .00000000 -7.91E-14 3.707E-13

```

```

X Px Y Py Z Pz
X 2.734E-13
Px -1.83E-13 2.582E-13
Y .00000000 .00000000 .00000000
Py .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
Z 2.488E-13 -3.92E-13 .00000000 .00000000 6.083E-13
Pz -2.92E-13 2.801E-13 .00000000 .00000000 -4.13E-13 3.707E-13

```

Equilibrium beam matrix:

```

X Px Y Py Z Pz
X 6.2198E-7
Px -6.42E-13 6.2198E-7
Y .00000000 .00000000 .00000000
Py .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
Z .00000000 .00000000 .00000000 .00000000 1.288E-14
Pz -5.96E-15 2.880E-13 .00000000 .00000000 .00000000 7.5121E-8

```

```

x px/p0 y py/p0 z dp/p0
x 1.7129E-5
px/p0 1.0861E-6 9.5175E-8
y .00000000 .00000000 .00000000
py/p0 .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
z -7.311E-8 1.4467E-7 .00000000 .00000000 8.4784E-7
dp/p0 4.2641E-7 2.7359E-8 .00000000 .00000000 3.363E-13 7.5121E-8

```

```

Emittance X = 6.21983E-7 m Emittance Y = .00000000 m
Emittance Z = .00000000 m Energy spread = 2.74081E-4
Bunch Length = .00000000 mm Beam tilt = .00000000 rad
Beam size xi = 4.13871349 mm Beam size eta = .00000000 mm

```

課題 (A)

1. 小文字表記されたベクトル成分 (x p_x/p_0 y p_y/p_0 z dp/p_0) は物理座標を表わす。一方、大文字表記のベクトル (X P_x Y P_y Z P_z) は正規化された座標での表記である。この正規化座標系では、ビーム粒子の線形運動は3つの独立な調和振動で表される。物理座標で表記された平衡ビーム行列 (Equilibrium beam matrix) の成分を使って、水平方向のTwissパラメーターと水平エミッタンスを数値的に導出せよ。
2. 前問と同様に、物理座標で表記された平衡ビーム行列成分 (Equilibrium beam matrix) から、進行方向のTwissパラメーターとエミッタンスを数値的に求めよ。
3. Emittance X 、Energy spread および Beam size x_i を、平衡ビーム行列成分を使って計算せよ。
4. このFODOセルに使われている偏向磁石はsector type (扇形) である。偏向磁石がrectangular type (矩形) の場合についてSADで計算し、ビームパラメーターにどのような違いが生じるか調べよ。また、この違いが生じる物理的理由を推察せよ。
5. 周回行列が安定運動を表現する時、固有値の満たす条件を考察せよ。整数共鳴、半整数共鳴、また結合共鳴が存在する時に、固有値がどのように振る舞うか予想せよ。SADないしMathematicaで、簡単なモデル行列を作り、数値的に調べると理解しやすい。

動作点 (working point ネクタイ図中の位置) の選択とビームパラメーター

水平方向の位相進行を120°にする (垂直方向は90°のまま) ことで、ビームパラメーターが変わる。この変化を味わってみよう。

```
In[18]:= nx 1/3;go;cal;op;emit;
2 1 2.0031E-03 (NEWTON) -7.3063E-03
3 1 5.1449E-07 (NEWTON) -2.5685E-04
4 1 3.2869E-14 (NEWTON) -6.3887E-08
Matched. ( 1.3803E-28) DP = 0.01000 DP0 = 0.00000 ExponentOfResidual = 2.0
OffMomentumWeight = 1.000
$$$ f AX ##### # -2.337769 $$$ f BX ##### # 27.373771 $$$
f NX .33333 1 .333333
$$$ f AY ##### # .556577 $$$ f BY ##### # 5.532614 $$$
f NY .25 1 .250000
$$$ f LENG ##### # 18.000000
Matched. ( 1.3803E-28) DP = 0.01000 DP0 = 0.00000 ExponentOfResidual = 2.0
OffMomentumWeight = 1.000
$$$ f AX ##### # -2.337769 $$$ f BX ##### # 27.373771 $$$
f NX .33333 1 .333333
$$$ f AY ##### # .556577 $$$ f BY ##### # 5.532614 $$$
f NY .25 1 .250000
$$$ f LENG ##### # 18.000000
```

Closed orbit:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
Entrance :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
Exit :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000

Symplectic part of the transfer matrix:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	-2.52456	23.70638	.000000	.000000	.000000	5.639809
px/p0 :	-.204539	1.524567	.000000	.000000	.000000	.605530
y :	.000000	.000000	.556577	5.532614	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	-.236738	-.556577	.000000	.000000
z :	.375142	-5.75666	.000000	.000000	1.000000	-.877429
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	4.88E-14
px/p0 :	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000	8.88E-15
y :	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000
z :	8.88E-15	-4.9E-14	.000000	.000000	1.000000	.000000
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

Extended Twiss Parameters:

```
AX: -2.33776 BX: 27.37377 ZX: 9.06E-16 EX: 3.798823
PSIX: -1.3E-16 ZPX: 4.42E-17 EPX: .326891
R1: .000000 R2: .000000 AY: .556577 BY: 5.532614 ZY: .000000 EY: .000000
R3: .000000 R4: .000000 PSIIY: .000000 ZPY: .000000 EPY: .000000
AZ: .000000 BZ: 1.000000
PSIZ: .000000
```

Units: B(X,Y,Z), E(X,Y), R2: m | PSI(X,Y,Z): radian | ZP(X,Y), R3: 1/m

```
Design momentum P0 = 1.0000000 GeV Revolution freq. f0 = 16655134. Hz
Energy loss per turn U0 = 9.6498E-4 MV Effective voltage Vc = .0000000 MV
Equilibrium position dz = .0000000 mm Momentum compact. alpha = .0741183
Orbit dilation dl = .0000000 mm Effective harmonic # h = .0000000
Bucket height dV/P0 = .0000000
```

Eigen values and eigen vectors:

```
Real: -0.5000000 -0.5000000 -0.0000000 -0.0000000 1.0000000 1.0000000
Imaginary: 0.8660254 -0.8660254 1.0000000 -1.0000000 0.0000000 0.0000000
Imag. tune: -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000
Real tune: 0.3333333 0.2500000 0.0000000 0.0000000
```

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
x :	5.231995	.000000	.000000	.000000	9.06E-16	3.798823
px/p0 :	.446822	.191132	.000000	.000000	4.42E-17	.326891
y :	.000000	.000000	2.352151	.000000	.000000	.000000

py/p0 : .000000 .000000 -.236625 .425143 .000000 .000000
z : -.012894 .726075 .000000 .000000 1.000000 .000000
dp/p0 : .000000 .000000 .000000 .000000 .000000 1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
X :	.191132	.000000	.000000	.000000	.000000	-.726075
Px :	-.446822	5.231995	.000000	.000000	.000000	-.012894
Y :	.000000	.000000	.425143	.000000	.000000	.000000
Py :	.000000	.000000	.236625	2.352151	.000000	.000000
Z :	.326891	-3.79882	.000000	.000000	1.000000	.000000
Pz :	-4.4E-17	9.06E-16	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.000000	.000000	.000000	.000000	1.73E-16	-1.1E-14
px/p0 :	.000000	1.000000	.000000	.000000	-1.7E-16	2.17E-14
y :	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000
z :	2.17E-14	1.05E-14	.000000	.000000	1.000000	.000000
dp/p0 :	1.73E-16	1.73E-16	.000000	.000000	.000000	1.000000

Radiation part of the transfer matrix:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.884E-6	-1.21E-5	.000000	.000000	.000000	-5.78E-6
px/p0 :	2.264E-7	-1.67E-6	.000000	.000000	.000000	-9.02E-7
y :	.000000	.000000	-1.22E-7	-2.53E-6	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	9.074E-8	1.224E-7	.000000	.000000
z :	-2.70E-7	1.539E-6	.000000	.000000	.000000	6.343E-7
dp/p0 :	9.050E-8	-1.39E-6	.000000	.000000	.000000	-2.14E-6

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
X :	9.547E-7	-2.50E-7	.000000	.000000	2.09E-22	1.140E-6
Px :	3.067E-7	-6.33E-7	.000000	.000000	1.63E-22	-1.90E-6
Y :	.000000	.000000	1.322E-7	-4.57E-7	.000000	.000000
Py :	.000000	.000000	5.075E-7	-1.32E-7	.000000	.000000
Z :	-9.37E-7	7.506E-7	.000000	.000000	-2.9E-22	1.502E-6
Pz :	-1.47E-7	-2.65E-7	.000000	.000000	2.06E-23	-2.25E-6

Damping per one revolution:

X : -3.215629E-07 Y : -4.824895E-07 Z : -1.125904E-06

Damping time (sec):

X : 0.186718 Y : 0.124441 Z : 5.332739E-02

Tune shift due to radiation:

X : -3.066284E-14 Y : -1.068146E-14 Z : 1.195335E-07

Damping partition number:

X : 0.6665 Y : 1.0000 Z : 2.3335

Beam matrix by radiation fluctuation:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x	2.351E-12					
px/p0	2.989E-13	4.005E-14				
y	.0000000	.0000000	.0000000			
py/p0	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000		
z	-3.19E-13	-3.87E-14	.0000000	.0000000	4.505E-14	
dp/p0	6.919E-13	1.035E-13	.0000000	.0000000	-8.02E-14	3.707E-13

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
X	8.931E-14					
Px	-6.90E-14	1.626E-13				
Y	.0000000	.0000000	.0000000			
Py	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000		
Z	4.847E-14	-1.78E-13	.0000000	.0000000	2.173E-13	
Pz	-1.37E-13	2.278E-13	.0000000	.0000000	-2.47E-13	3.707E-13

Equilibrium beam matrix:

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
X	1.9585E-7					
Px	-2.25E-13	1.9585E-7				
Y	.0000000	.0000000	.0000000			
Py	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000		
Z	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	5.630E-15	
Pz	-1.47E-15	8.254E-14	.0000000	.0000000	.0000000	8.2320E-8

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x	6.5490E-6					

px/p0	5.6007E-7	5.5051E-8						
y	.0000000	.0000000	.0000000					
py/p0	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000				
z	-1.321E-8	2.6050E-8	.0000000	.0000000	1.0328E-7			
dp/p0	3.1272E-7	2.6910E-8	.0000000	.0000000	5.995E-14	8.2320E-8		

Emittance X	=	1.95846E-7 m	Emittance Y	=	.00000000 m
Emittance Z	=	.00000000 m	Energy spread	=	2.86914E-4
Bunch Length	=	.00000000 mm	Beam tilt	=	.00000000 rad
Beam size xi	=	2.55909993 mm	Beam size eta	=	.00000000 mm

課題 (B)

1. 水平エミッタンスとセル毎の水平位相進行の関係を数値的に導け。これにセル毎の垂直位相進行ほどの程度影響するか、確認せよ。
2. ベータ関数の最大値・最小値がセル毎の位相進行と、どのような関係にあるか、数値的に調べよ。
3. 運動量分散関数の値がセル毎の水平位相進行にどのように依存するか、数値的に調べよ。
4. モメンタムコンパクションファクターのセル毎水平位相進行への依存関係を、数値的に導け。さらに、トランジションエネルギーが、セル毎水平位相進行角度によって、どのように変化するか調べよ。
5. ビームのエネルギー拡がりか、どのようなメカニズムで決定されているか、考察せよ。

☑ 陽子ビームの取り扱いと出力

今まで扱ってきたのは電子ビームだが、MAINレベルで、次行を挿入すれば陽子ビームを取り扱うことができる。

```
!  
MOMENTUM= 1 GEV;  
MASS=0.938272 GEV ! Proton mass  
ON ECHO;OFF CTIME;  
!
```

この場合の、“emiout;emit;”コマンドに対する出力結果を吟味しよう

```
emiout;emit;
```

Closed orbit:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
Entrance :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
Exit :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000

Symplectic part of the transfer matrix:

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	-1.49656	23.64770	.000000	.000000	.000000	5.558817
px/p0 :	-.136999	1.496566	.000000	.000000	.000000	.596804
y :	.000000	.000000	.467389	6.097759	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	-.199820	-.467389	.000000	.000000
z :	.131605	-5.79391	.000000	.000000	1.000000	7.561817
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

	x	px/p0	y	py/p0	z	dp/p0
x :	1.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	3.02E-14
px/p0 :	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000	6.88E-15
y :	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000	.000000
py/p0 :	.000000	.000000	.000000	1.000000	.000000	.000000
z :	6.88E-15	-3.0E-14	.000000	.000000	1.000000	.000000
dp/p0 :	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	1.000000

Extended Twiss Parameters:

```
AX: -1.49656 BX: 23.64770 ZX: -8.5E-16 EX: 5.676363  
PSIX: 1.12E-16 ZPX: -1.6E-16 EPX: .364204  
R1: .000000 R2: .000000 AY: .467389 BY: 6.097759 ZY: .000000 EY: .000000  
R3: .000000 R4: .000000 PSIIY: .000000 ZPY: .000000 EPY: .000000  
AZ: .000000 BZ: 1.000000  
PSIZ: .000000
```

Units: B(X,Y,Z), E(X,Y), R2: m | PSI(X,Y,Z): radian | ZP(X,Y), R3: 1/m

```
Design momentum P0 = 1.0000000 GeV Revolution freq. f0 = 12145862. Hz  
Energy loss per turn U0 = 1.596E-16 MV Effective voltage Vc = .0000000 MV  
Equilibrium position dz = .0000000 mm Momentum compact. alpha = -.3443715  
Orbit dilation dl = .0000000 mm Effective harmonic # h = .0000000  
Bucket height dV/P0 = .0000000
```

Eigen values and eigen vectors:

```
Real: -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000 -0.0000000 1.0000000 1.0000000  
Imaginary: 1.0000000 -1.0000000 1.0000000 -1.0000000 0.0000000 0.0000000  
Imag.tune: -0.0000000 -0.0000000 0.0000000  
Real tune: 0.2500000 0.2500000 0.0000000
```

	X	Px	Y	Py	Z	Pz
x :	4.862891	-4.4E-16	.000000	.000000	-8.5E-16	5.676363

```

px/p0 : .307752 .205639 .000000 .000000 -1.6E-16 .364204
y : .000000 .000000 2.469364 .000000 .000000 .000000
py/p0 : .000000 .000000 -.189275 .404963 .000000 .000000
z : -.024172 1.167282 .000000 .000000 1.000000 .000000
dp/p0 : .000000 .000000 .000000 .000000 .000000 1.000000

```

```

      x      px/p0      y      py/p0      z      dp/p0
X : .205639 4.44E-16 .000000 .000000 .000000 -1.16728
Px : -.307752 4.862891 .000000 .000000 .000000 -.024172
Y : .000000 .000000 .404963 .000000 .000000 .000000
Py : .000000 .000000 .189275 2.469364 .000000 .000000
Z : .364204 -5.67636 .000000 .000000 1.000000 .000000
Pz : 1.59E-16 -8.5E-16 .000000 .000000 .000000 1.000000

```

```

      x      px/p0      y      py/p0      z      dp/p0
x : 1.000000 .000000 .000000 .000000 -1.7E-16 -1.6E-14
px/p0 : .000000 1.000000 .000000 .000000 -5.1E-16 3.90E-14
y : .000000 .000000 1.000000 .000000 .000000 .000000
py/p0 : .000000 .000000 .000000 1.000000 .000000 .000000
z : 3.90E-14 1.60E-14 .000000 .000000 1.000000 .000000
dp/p0 : 5.12E-16 -1.7E-16 .000000 .000000 .000000 1.000000

```

Radiation part of the transfer matrix:

```

      x      px/p0      y      py/p0      z      dp/p0
x : 2.20E-19 -2.0E-18 .000000 .000000 .000000 -6.7E-19
px/p0 : 2.50E-20 -2.7E-19 .000000 .000000 .000000 -1.1E-19
y : .000000 .000000 -1.1E-20 -4.6E-19 .000000 .000000
py/p0 : .000000 .000000 1.27E-20 1.06E-20 .000000 .000000
z : -4.3E-20 -3.8E-19 .000000 .000000 .000000 -6.7E-19
dp/p0 : 5.25E-21 -2.3E-19 .000000 .000000 .000000 -2.0E-19

```

```

      X      Px      Y      Py      Z      Pz
X : 1.46E-19 -2.9E-20 .000000 .000000 -1.1E-35 2.72E-19
Px : 4.14E-20 -1.5E-19 .000000 .000000 6.78E-35 -2.6E-19
Y : .000000 .000000 2.48E-20 -7.6E-20 .000000 .000000
Py : .000000 .000000 8.40E-20 -2.5E-20 .000000 .000000
Z : -3.7E-19 9.25E-20 .000000 .000000 1.70E-35 -7.4E-19
Pz : -4.6E-20 -4.8E-20 .000000 .000000 3.23E-35 -2.6E-19

```

Damping per one revolution:

X : -3.534572E-20 Y : -7.981645E-20 Z : -1.293659E-19

Damping time (sec):

X : 2.329350E+12 Y : 1.031524E+12 Z : 6.364320E+11

Tune shift due to radiation:

X : 1.850994E-35 Y : 1.625264E-34 Z : -5.899326E-20

Damping partition number:

X : 0.5782 Y : 1.3056 Z : 2.1162 !! Why vertical??

Beam matrix by radiation fluctuation:

```

      x      px/p0      y      py/p0      z      dp/p0
x 1.581E-34
px/p0 2.015E-35 2.709E-36
y .00000000 .00000000 .00000000
py/p0 .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
z 2.456E-34 3.409E-35 .00000000 .00000000 4.553E-34
dp/p0 4.719E-35 7.082E-36 .00000000 .00000000 9.620E-35 2.554E-35

```

```

      X      Px      Y      Py      Z      Pz
X 1.884E-35
Px -1.26E-35 1.779E-35
Y .00000000 .00000000 .00000000

```

```

Py .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
Z -4.66E-35 6.679E-35 .00000000 .00000000 2.722E-34
Pz -2.01E-35 1.930E-35 .00000000 .00000000 7.319E-35 2.554E-35

```

Equilibrium beam matrix:

```

          X      Px      Y      Py      Z      Pz
X 3.237E-23
Px -8.69E-35 3.237E-23
Y .00000000 .00000000 .00000000
Py .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
Z .00000000 .00000000 .00000000 .00000000 6.134E-54
Pz -1.35E-34 -1.21E-34 .00000000 .00000000 .00000000 -2.93E-53

```

```

          x      px/p0      y      py/p0      z      dp/p0
x 7.654E-22
px/p0 4.844E-23 4.434E-24
y .00000000 .00000000 .00000000
py/p0 .00000000 .00000000 .00000000 .00000000
z -3.80E-24 7.528E-24 .00000000 .00000000 4.412E-23
dp/p0 -6.58E-34 -6.65E-35 .00000000 .00000000 -1.38E-34 -2.93E-53

```

```

Emittance X = 3.2366E-23 m      Emittance Y = .00000000 m
Emittance Z = .00000000 m      Energy spread = 5.4171E-27
Bunch Length = .00000000 mm    Beam tilt = .00000000 rad
Beam size xi = 2.76654E-8 mm   Beam size eta = .00000000 mm

```

課題 (C)

- ここで得られた Momentum compact. alpha の値は負であった。ここで Momentum compact. alpha と表記された量が slippage factor ($\alpha - 1/\gamma^2$, α は正しい意味のモメンタムコンパクションファクター) であることを知った上で、(トランジションエネルギーと呼ぶ) 特定のビームエネルギーで slippage factor が 0 になることを確認せよ。
- 水平方向位相進行とトランジションエネルギーとの関係を SAD を使って数値的に求めよ。
- 私の個人的経験に依れば、ここで得られた (特に垂直方向の) Damping partition number は異常である。そう思う理由、そうなった原因を推量せよ。
- この例では、大きなプロトン質量が、放射に起因するビームパラメータを圧倒的に抑制している。では、陽子ビームエネルギーが 7 TeV の LHC では、放射に起因するビームパラメータはどの程度になるか、SAD を使って数値的に概算せよ。
ここで、LHC 偏向磁石ユニット 1 つの長さは 14.3 m、全ユニット数は 1232 個。アーク部では 3 ユニットで半セル分の偏向磁石を構成。その他、Dispersion suppressor 部などは変則配置だが、大勢を見るので無視。詳しくは次を参照。
<http://proj-lhc-optics-web.web.cern.ch/proj-lhc-optics-web/>