

SADの利用 (1)

大西 幸喜

2011. 06.15

SAD School

(revised 2011.06.15)

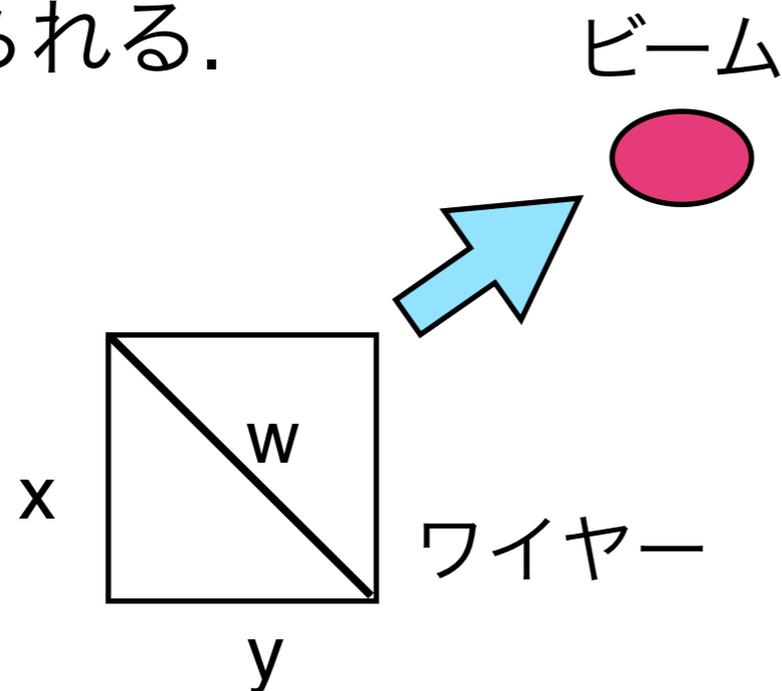
ビーム光学系の情報を 利用する

エミッタンス測定

1. 1台のワイヤースキャナーを使用する.
 - 四極磁石のK値を変えてビームサイズを測定する.
 - 収束四極：水平方向の情報.
 - 発散四極：垂直方向の情報.
2. 複数のワイヤースキャナーを使用する（最低3台）.
 - 四極磁石を変化させる必要なし.
 - ワイヤースキャナー間の位相の進みに注意する.

ワイヤースキャナー

- ワイヤーをビームの断面（横方向）に沿って動かす.
- 金属原子（ワイヤー）によってビームが散乱して、出てくる制動輻射をシンチレーター等の計数計測装置で観測する.
ビームの密度が高いほど計数率も高い.
- ワイヤーの位置と計数率を測れば、ビーム・サイズ等の情報が得られる.

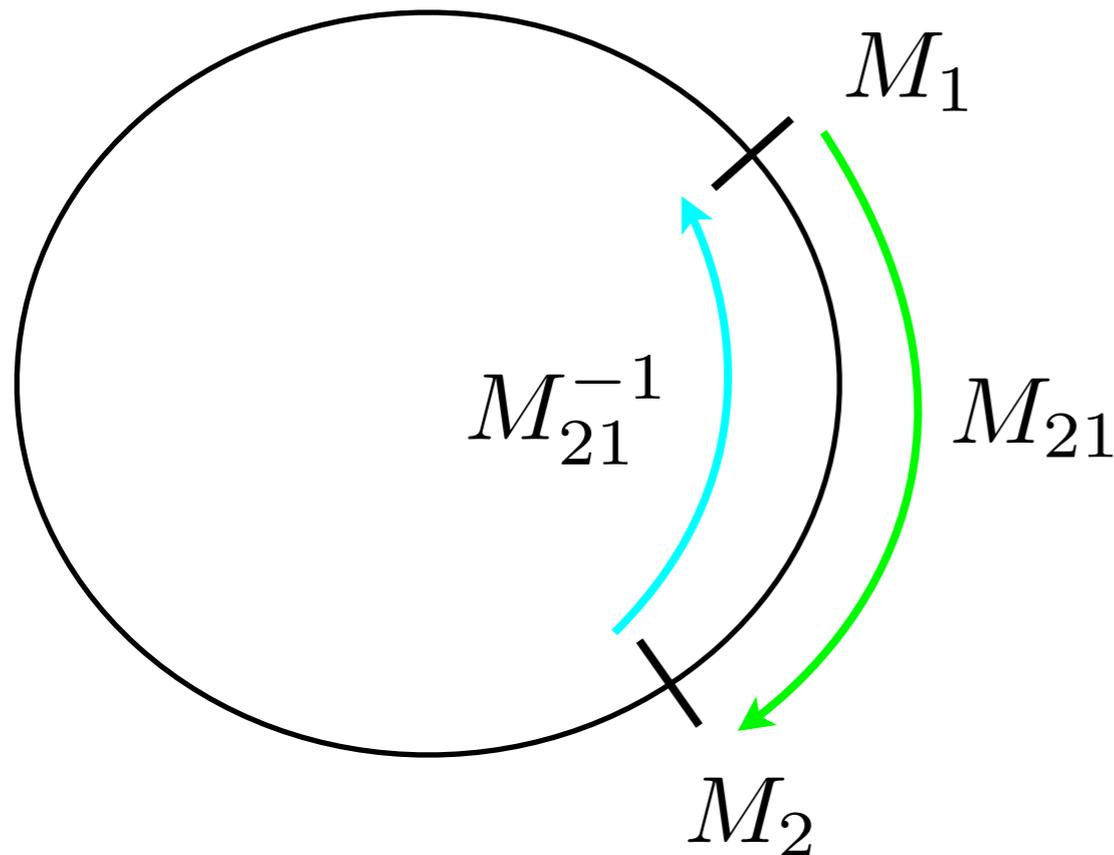


Twissパラメータの転送

- 周回行列

$$M = I \cos \mu + J \sin \mu \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} J = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\gamma & -\alpha \end{pmatrix}$$

- Twissパラメータの転送



$$\begin{aligned} M_2 &= M_{21} M_1 M_{21}^{-1} \\ &= M_{21} (I \cos \mu + J_1 \sin \mu) M_{21}^{-1} \\ J_2 &= M_{21} J_1 M_{21}^{-1} \end{aligned}$$

これは、一般的に成り立つ式

$$\begin{pmatrix} \beta_2 \\ \alpha_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}^2 & -2m_{11}m_{12} & m_{12}^2 \\ -m_{21}m_{11} & m_{11}m_{22} + m_{12}m_{21} & -m_{12}m_{22} \\ m_{21}^2 & -2m_{21}m_{22} & m_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \alpha_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix}$$

測定原理

- 連立方程式を解く.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(1)2} \\ \sigma_x^{(2)2} \\ \sigma_x^{(3)2} \\ \dots \\ \sigma_x^{(n)2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}^{(1)2} & -2m_{11}^{(1)}m_{12}^{(1)} & m_{12}^{(1)2} \\ m_{11}^{(2)2} & -2m_{11}^{(2)}m_{12}^{(2)} & m_{12}^{(2)2} \\ m_{11}^{(3)2} & -2m_{11}^{(3)}m_{12}^{(3)} & m_{12}^{(3)2} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{11}^{(n)2} & -2m_{11}^{(n)}m_{12}^{(n)} & m_{12}^{(n)2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \beta_x \\ \varepsilon_x \alpha_x \\ \varepsilon_x \gamma_x \end{pmatrix}$$

ワイヤースキャナー
でのビームサイズ

Twissパラメータ
の転送行列
(任意の場所から
ワイヤーへの)

任意の場所での
Twissパラメータ
(適合場所)

$$\vec{\Sigma} = B\vec{o}$$

$$\vec{o} = B^{-1}\vec{\Sigma}$$

$$\varepsilon_x = \sqrt{o_3 o_1 - o_2^2}$$

$$\beta_x = o_1 / \varepsilon_x$$

$$\alpha_x = o_2 / \varepsilon_x$$

あるいは、最小二乗法で解く.

Twissパラメータの適合

- Bmagパラメータ
 - Twissパラメータのビームへの適合度合いを示す.
 - ラティスのTwissパラメータ (α, β)
 - ビームに適合したTwissパラメータ (α_m, β_m)

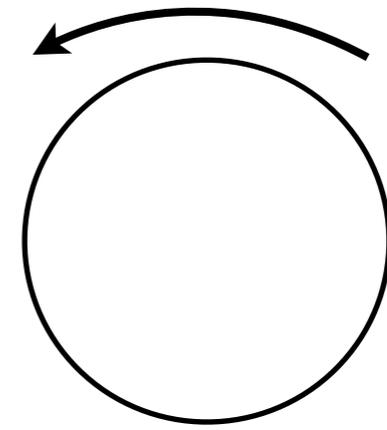
$$B_{mag} \equiv \frac{\langle J \rangle}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta_m}{\beta} + \frac{\beta}{\beta_m} + \beta\beta_m \left(\frac{\alpha_m}{\beta_m} - \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \right] \geq 1$$

Beam Transportのビーム光学系

- KEKの線形加速器（入射器）を例題とする.
 - ABセクター（電子を1.7 GeVまで加速）
 - ワイヤー・スキャナーはAセクター（バンチャー出口から約8.5 m下流）に設置.
1. QスキャンによるエミッタンスおよびTwissパラメータ（ラインの先頭）の測定. [a1ws-meas.sad](#)
 2. 測定されたTwissパラメータをもとに、ビーム光学系をビームに適合するように設計する. [match-ab.sad](#)

TransferMatrix (1)

- /SAD/share/Packages/Optics.n
- TransferMatrix[from, to, option]
- from, to: line name, line position
- option:
 - Fold->False (default)
 - Fold->True: If[dpsix<0, dpsix=dpsix+Twiss["NX", "\$\$\$"]]
- 返り値：4x4転送行列
- CALCコマンドで計算されるTwissパラメータを使用。
- RING: エネルギーが一定、TRPT: zが一定.



TransferMatrix (2)

- 加速がある場合の転送行列

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xp_x \rangle \\ \langle xp_x \rangle & \langle p_x^2 \rangle \end{pmatrix} = \varepsilon A \quad A = \begin{pmatrix} \beta_x & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \gamma_x \end{pmatrix} \quad \gamma_x \equiv \frac{1 + \alpha_x^2}{\beta_x}$$

$$\det \Sigma = \varepsilon^2$$

ビームに適合した
Twissパラメータ

$$\vec{x}_2 = M \vec{x}_1 \quad \vec{x} = (x, p_x)^t \quad p_x = p_x(s)/p_0(s)$$

(1) $\Sigma_2 = M \Sigma_1 M^t$

$$\det \Sigma_2 = \det M \det \Sigma_1 \det M^t$$

$$\det M = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

(2) $\varepsilon_2 A_2 = M \varepsilon_1 A_1 M^t$

$$A_2 = \tilde{M} A_1 \tilde{M}^t \quad \tilde{M} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} M$$

$$\det \tilde{M} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \det M = 1$$

\tilde{M} は加速がない場合と同様に

$$\tilde{M} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_x & 1 \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\beta_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{\beta_x} \end{pmatrix}_2 \right]^{-1} \begin{pmatrix} \cos \psi_x & \sin \psi_x \\ -\sin \psi_x & \cos \psi_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_x & 1 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\beta_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{\beta_x} \end{pmatrix}_1$$

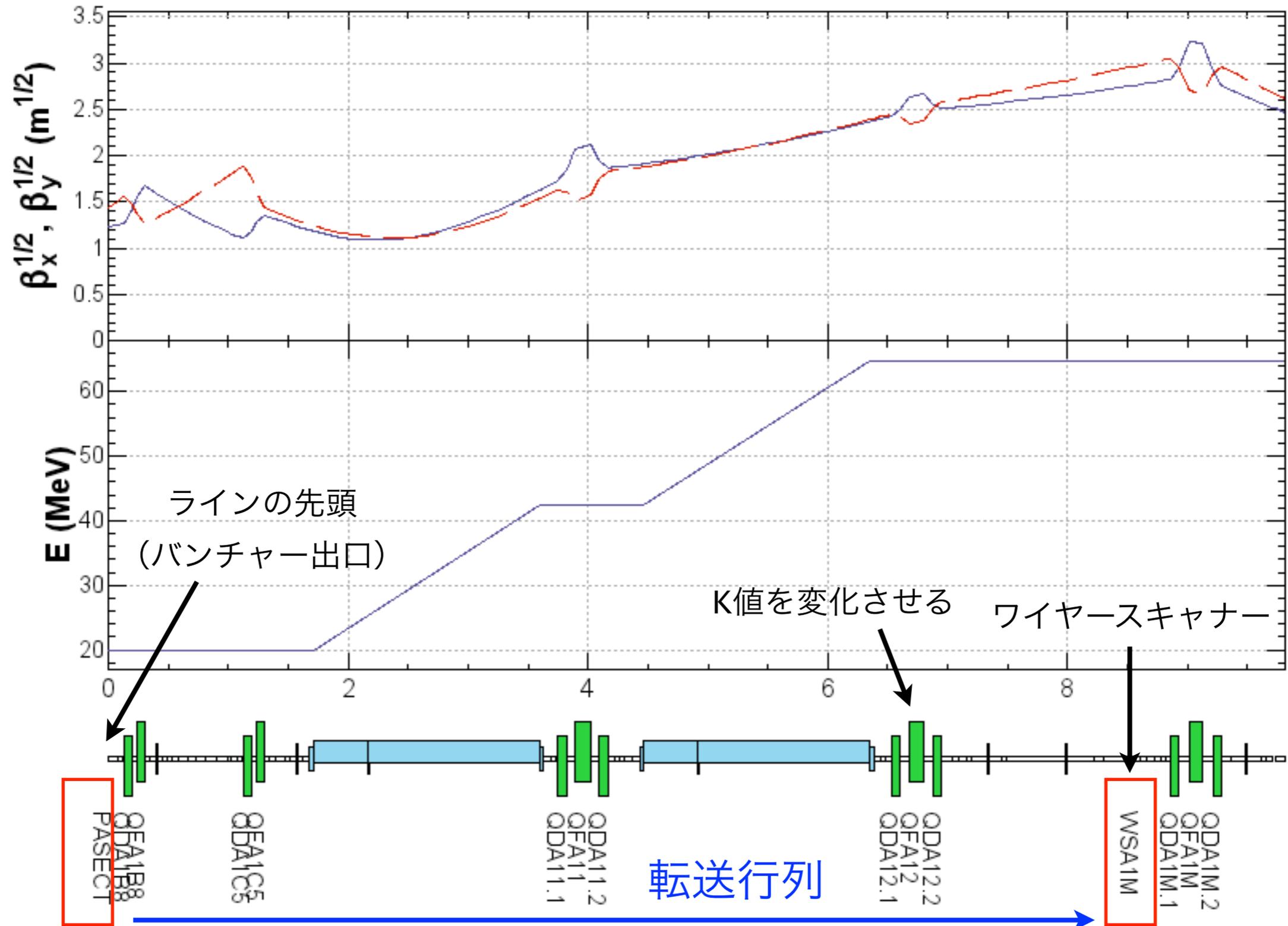
加速があるので

$$M = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \tilde{M}$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\gamma_1 \beta_1}{\gamma_2 \beta_2}$$

γ : Lorentz factor
 $\beta=v/c$

$$d\beta(s)/ds \neq -2\alpha(s)$$



Sample Script : a1ws-meas.sad

```
(* Entry Point *)      コメント  
  
cdir=GetEnv[ "PWD" ];   カレント・ディレクトリー  
  
GetMAIN[ cdir//"/linac-ab.sad" ];   ビーム・ラインの  
                                     格納ファイル  
  
USE LINACAB;           使うビーム・ラインの指定  
  
INS;                   周期条件なし (↔CELL)  
  
TRPT;                  輸送路・加速あり (↔RING)  
  
CALC;                  オプティクス計算！
```

Sample Script : a1ws-meas.sad

```
mm=(
  Element["K1",q]=#;
  FFS["CALC"];
  TransferMatrix[from,"WSA1M"]&/@k1;
  Element["K1",q]=k10;
  FFS["CALC"];
  If[dir=="Y",offset=2];
  m11=#[[1+offset,1+offset]]&/@mm;
  m12=#[[1+offset,2+offset]]&/@mm;
  resp=Transpose[{m11*m11,-2*m11*m12,m12*m12}];
  eps=1e-3;
  {eb,ea,eg}=LinearSolve[resp,sigmaSq,Tolerance->eps];
  em2=eg*eb-ea*ea;
```

k1値のリストをmapして
転送行列を計算.

k1の値をもとに戻す.

行列成分を取ってくる.

連立方程式をSVDで解く.

エミッタンスの二乗. $\gamma\beta - \alpha^2 = 1$ を仮定

Sample Script : a1ws-meas.sad

```
bbm=(
  Element["K1",q]=#;
  FFS["CALC"];
  m=TransferMatrix[from,"WSA1M"];
  {m[[1+offset,1+offset]]^2,-2*m[[1+offset,1+offset]]*m[[1+offset,2+offset]],
  m[[1+offset,2+offset]]^2})&/@k1;

Element["K1",q]=k10;
FFS["CALC"];

id=Range[Length[k1]];
wiredata=Thread[{id,sigmaSq,erSigma}];

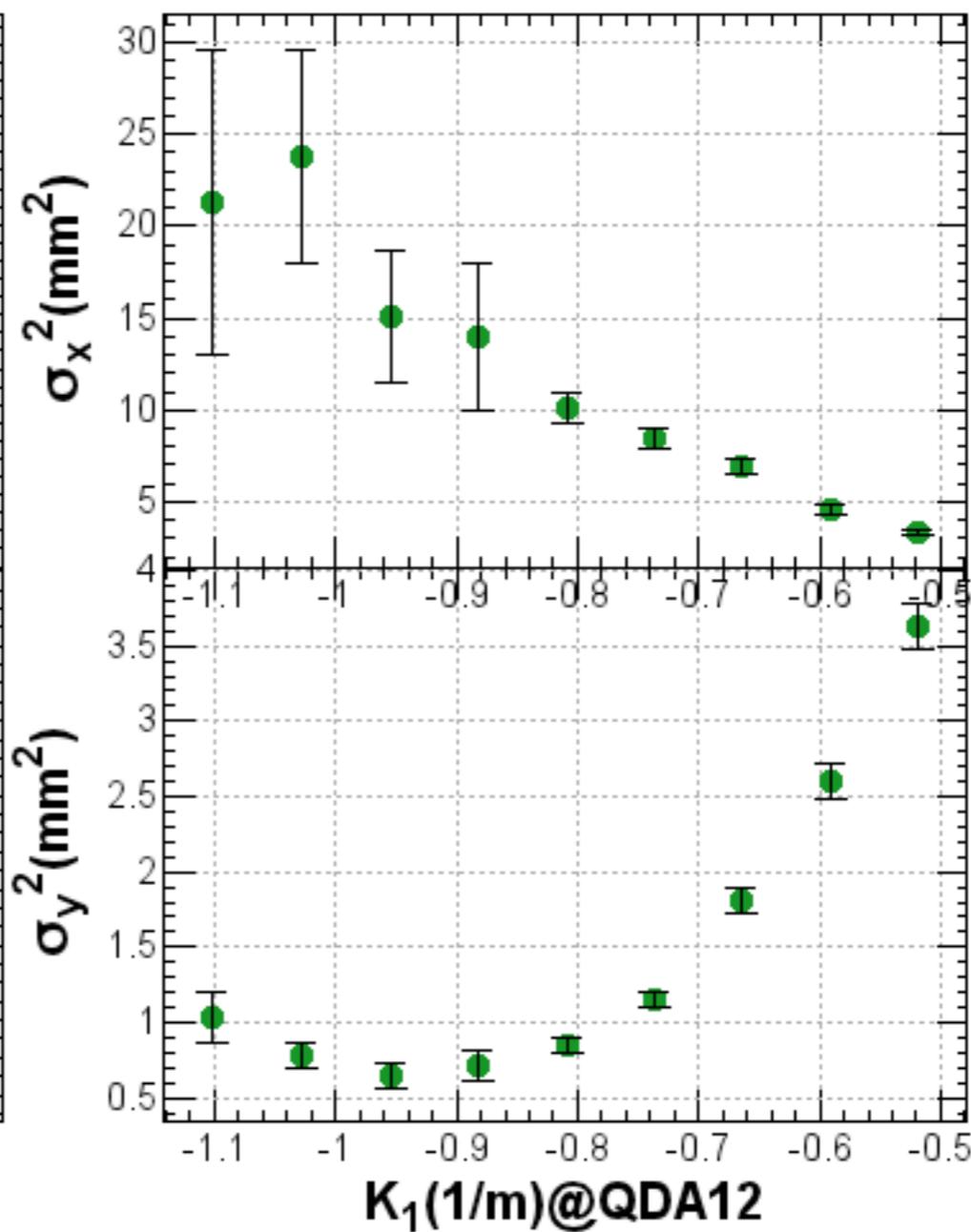
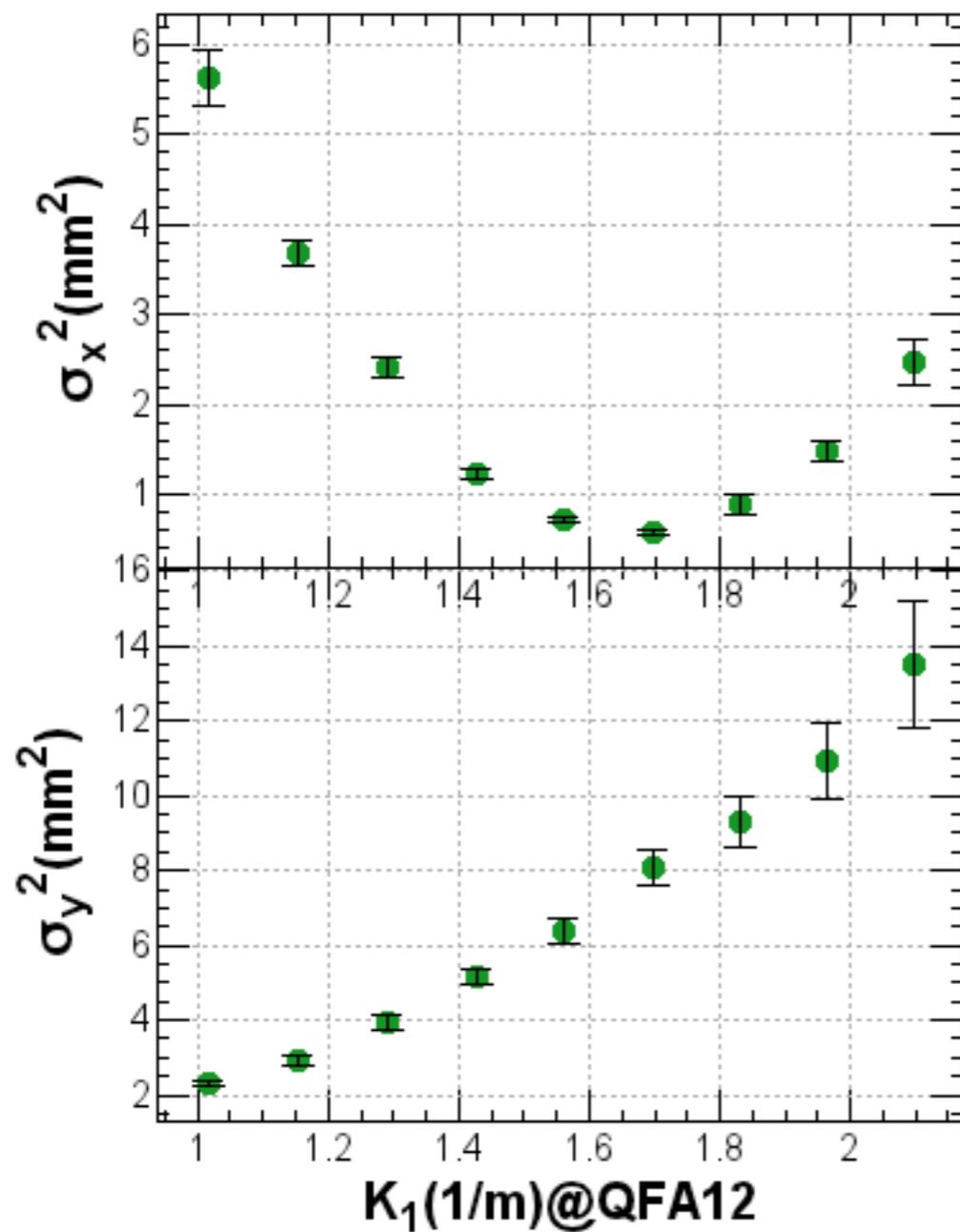
func:=(bbm[[x,1]]*emi*beta+bbm[[x,2]]*emi*alpha+bbm[[x,3]]*emi*(1+alpha^2)/beta);

gfit=Fit[wiredata,func,x,{beta,beta0,{0,10}},{alpha,alpha0,{-5,5}},
{emi,emi0,{0,0.1}},D->False];   フィッティング
                                オプション：D, If True (default), tries to use analytical derivative.

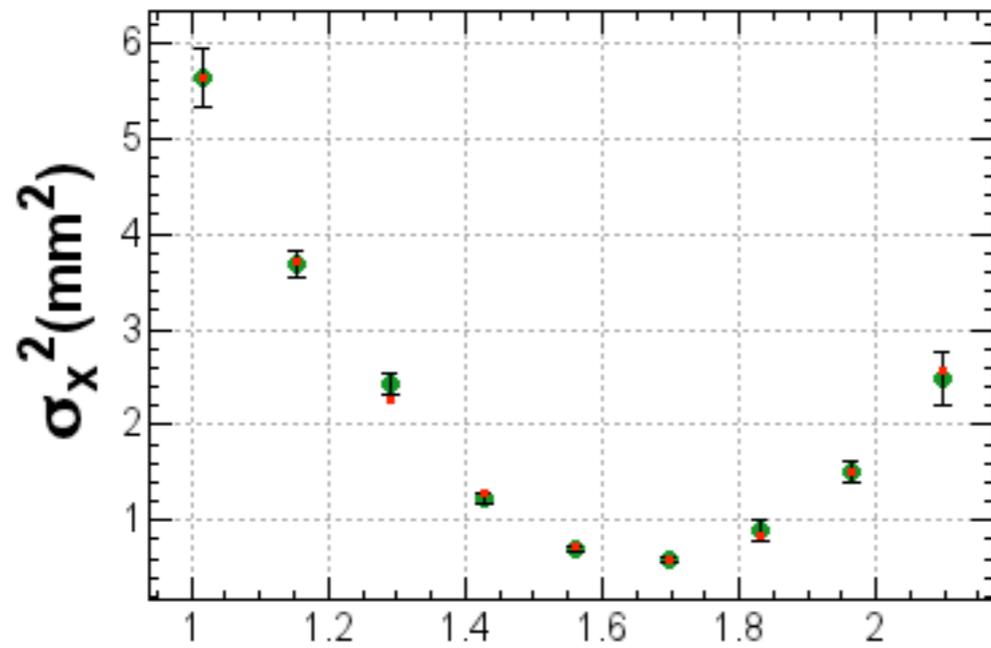
betaf=beta/.gfit;
alphaf=alpha/.gfit;
emif=emi/.gfit;   フィットで得られた結果を取り出す。

cm=CovarianceMatrix/.gfit;
er=Sqrt[cm];
er1=er[[1,1]];   フィットの誤差.
er2=er[[2,2]];   betaf, alphaf, emifの順
er3=er[[3,3]];
```

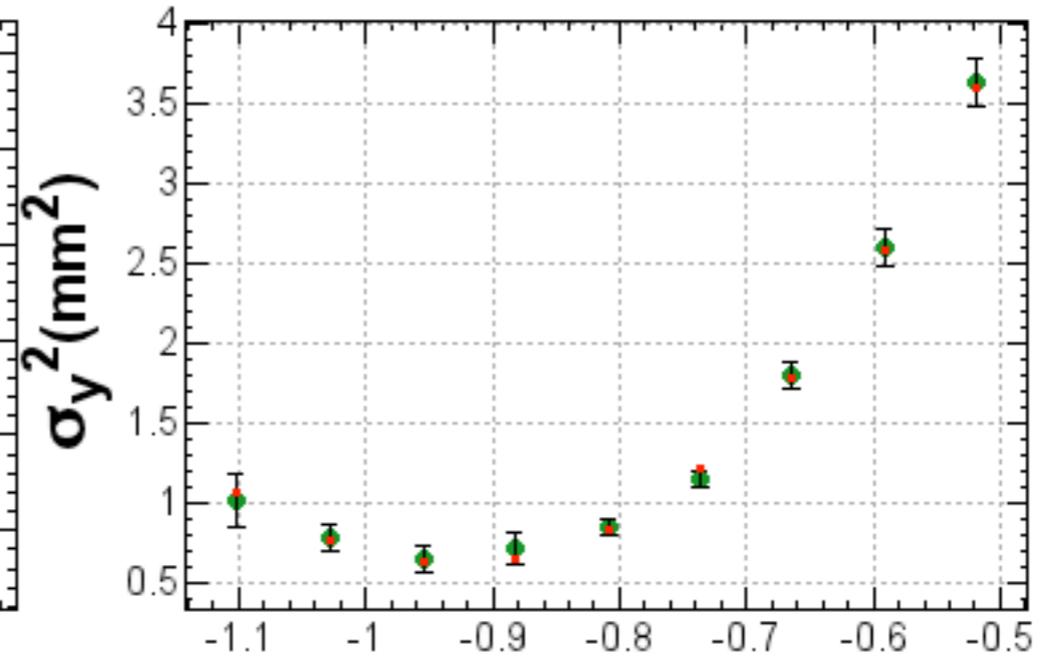
前ページの場合、測定誤差によっては、
エミッタンスが負になる場合がある。
それを回避するには。。



Lattice Raw Data Fit Data Phase Space



$K_1(1/m)@QFA12$



$K_1(1/m)@QDA12$

Data File

SCAN_2011_3_10_4_20_32_QFA12.dat

SCAN_2011_3_10_4_30_36_QDA12.dat

γ_{ϵ_x} (μm) 87.2435 +- 1.6725

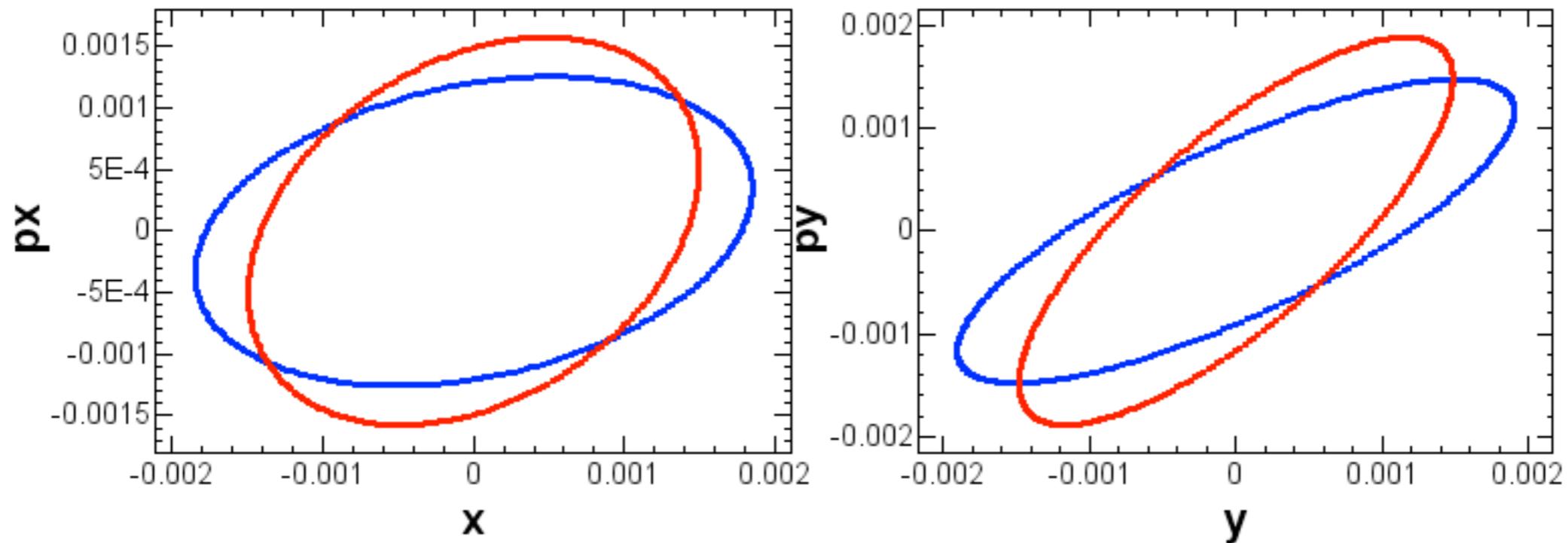
γ_{ϵ_y} (μm) 67.6586 +- 1.3119

PASECT

ϵ_x (m)	2.2283E-6 +- 4.2719E-8	ϵ_y (m)	1.7281E-6 +- 3.3509E-8
α_x	-.3416 +- 2.2534E-4	α_y	-1.2720 +- 1.2251E-4
β_x (m)	1.0018 +- 1.5238E-4	β_y (m)	1.2695 +- 6.3478E-5

Lattice Raw Data Fit Data Phase Space

SADのラティスで指定されていたTwissパラメータ
測定されたTwissパラメータ (ビームに適合)



PASECT
Bmag,x 1.1089 Bmag,y 1.3274

ビーム光学系のマッチング

例題：輸送路

使用するコマンドおよび関数

- **FREE** 変数の指定

- FREE Q* L*;

- **GO** フィッティング

- FFS["GO",6];

- **SAVE**

- SAVE Q*;

- **RESET**

- RESET Q*;

SAVEした状態に戻す

- **RECOVER** 一回前に戻る

- RECOVER Q*;

- **FIT** フィットの条件を指定

- FIT from to NX 0.25 NY 0.25;
- FIT here BX 10;
- FIT here BXM 20;
- FIT from to BXM 20;

- **FitFunction** 関数値の2乗和が残差に加わる.

- FitFunction:={Min[Twiss["BX","P1"]-100,0],Null[]};

P1でのBXが100 m以上

- **FitWeight[]**

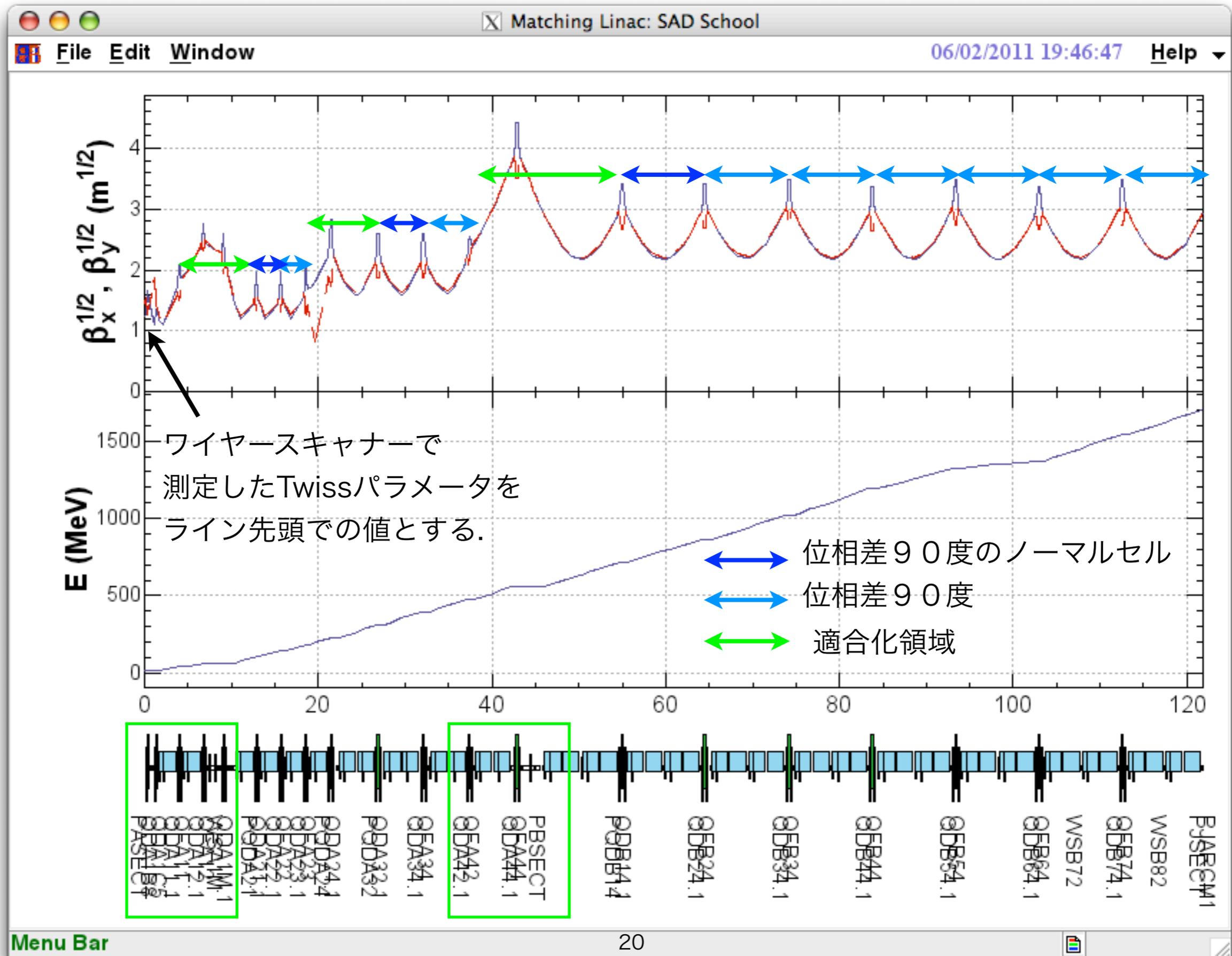
- FitWeight["\$\$\$","LENG",{_,dp_},ws_]:=ws*10;

- **FitValue[]**

- FitValue["QD","BX",_,_,now_]:= If[Abs[Twiss["BY","QD"]-now]/now<0.1,Null,Twiss["BY","QD"]];

QDにおけるBYとBXの比率が0.1より小さく.

ビーム光学系の設計 (1.7 GeV ABセクター)



Sample Script : match-ab.sad

```
(* Set initial Twiss parameters measured by wire scanner *)
```

```
{ax0,bx0,ay0,by0}={-.34155072568101585,1.0017835789833562,  
-1.2720264847458247,1.2695248260732896};
```

```
axi ax0 bxi bx0 ayi ay0 byi by0;   ライン先頭マーカに値を代入.  
                                     ライン入口のTwissパラメータを  
(* Set emittances *)               設定する.
```

```
EMITX=2.2283402177905172e-06;
```

```
EMITY=1.7281096638138848e-06;
```

```
calc;
```

Sample Script : match-ab.sad

`a=ExtractBeamLine[];` ビームラインを抜き出してaに代入.

`(* Unit cell *)`

`b1=Take[a, {LINE["POSITION", "PQDA21"], LINE
["POSITION", "QDA22.1"]-1}];`

aから必要なビームラインを切り出して、それをb1とする.

`mom1=LINE["GAMMABETA", "PQDA21"]*MASS;` b1先頭での運動量を記憶.

`use b1;`

b1というビームラインを使用する.

`MOMENTUM=mom1;`

運動量を設定.

`cell;`

`calc;`

セル条件で計算.

Sample Script : match-ab.sad

save pqda32; マーカーにおけるTwissパラメータ等の保存

use a;

MOMENTUM=mom0;

ins;

calc;

MOMENTUMはラインに
バインドされていないので再設定が必要.

reset pqda32;

マーカーで保存された値を呼び戻す

fit pqda32 ax @ bx @ ay @ by @;

マーカーでの値を使って
フィット条件を設定

free qda23 qfa23 qda24 qfa24; フリー・パラメータの設定

go; フィットティング開始